

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Δευτέρα 13 Ιουλίου 2015

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Έστω  $P(x) = \alpha_v x^v + \alpha_{v-1} x^{v-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{v-1}, \alpha_v \in \mathbb{R}$ .

Δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$

**Μονάδες 10**

**A2.** Έστω οι συναρτήσεις  $f, g$  με πεδίο ορισμού  $A$  και  $B$  αντίστοιχα. Πότε λέμε ότι οι  $f, g$  είναι ίσες.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε με  $(\Sigma)$  ή  $(\Lambda)$  τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Το σημείο  $A(1, 5)$  ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 2e^{x-1} + 2\ln x + 3$
- ii) Ισχύει πάντα  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- iii) Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$
- iv) Άν  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $\alpha, \beta \in A$  τέτοια ώστε  $\alpha = \beta$  ισχύει πάντα  $f(\alpha) = f(\beta)$
- v) Άν  $f(\alpha) = f(\beta)$  ισχύει πάντα  $\alpha = \beta$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = \frac{3x - 4}{x - 1}$

Να βρείτε:

**B1.** Το πεδίο ορισμού της  $f$

**B2.** Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες συντεταγμένων

**B3.** Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με την γραφική παράσταση της  $g$  με τύπο  $g(x) = x$

**Μονάδες 25**

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Άν  $f$  ορισμένη στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x}{x - 1} = 3$ .

Να βρείτε:

- i) το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ii) το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x)-1}{x-1}$

**Μονάδες 5**

Γ2. Να υπολογίσετ το  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu^{3x} - \eta \mu x}{x}$

**Μονάδες 5**

Γ3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x + 16, & 0 < x < 5 \\ (\alpha^2 + \beta^2) \ln(x - 5 + e) + 2(\alpha + 1)e^{5-x}, & x \geq 5 \end{cases}$

Να βρεθούν τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

Γ4. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 5x + 3}, & x < 1 \\ \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}, & x > 1 \end{cases}$

i) Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{1}{2}$

ii) Να βρείτε τα όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) - 3f(x) - 2}{4f^2(x) - 1}$

β)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4f^2(x) + 3} - 2}{2f(x) + 1}$

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

ii)  $g(x) = \ln(x^2 + x - 2) + \ln \frac{x+3}{3-x}$

**Μονάδες 12**

Δ2. Έστω οι συναρτήσεις  $f, g$  με τύπους:

$$f(x) = \frac{2\alpha^2 x + \alpha}{x + 1 - \alpha}, \quad g(x) = \frac{(3\alpha - 1)x + \alpha}{x + \alpha}$$

Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε  $f = g$ .

**Μονάδες 13**

**Καλή επιτυχία!!!**