ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Δευτέρα 13 Ιουλίου 2015

ΘΕΜΑ Α
Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

Α3. i) Σ, **ii)** Λ, **iii)** Σ, **iv)** Σ, **v)** Λ

ΘΕΜΑ Β
Β1. R-{1}

Β2. Για x=0: $f(0)=\frac{3\cdot 0-4}{0-1}=4$ άρα η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο Α(0, 4).
Για f(x)=0 έχουμε $f(x)=\frac{3x-4}{x-1}=0 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$ άρα η C_f τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $B\left(\frac{4}{3},0\right)$.

Β3. Λύνουμε g(x)=f(x)
$\frac{3x-4}{x-1}=x \Leftrightarrow x^2-x=3x-4$
$x^2-4x+4=0$
$(x-2)^2=0$
x=2
Για x=2 έχουμε g(2)=2. Άρα C_f, C_g τέμνονται στο Γ(2, 2).

ΘΕΜΑ Γ
Γ1. i) Θέτουμε $\frac{f(x)-x}{x-1}=g(x)$ με $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=3$ οπότε f(x)=g(x)(x-1)+x.
Άρα $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\left[g(x)(x-1)+x\right]=3\cdot 0+1=1$

ii) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x\left[g(x)(x-1)+x\right]-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{xg(x)(x-1)+x^2-1}{x-1}=$
$\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x\cdot g(x)+x+1)}{x-1}=1\cdot 3+1+1=5$

Γ2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(3\frac{\etaμ 3x}{3x}-\frac{\etaμ x}{x}\right)=3\cdot 1-1=2$

Γ3. $\lim_{x\to 5^-} f(x) = 25-40+16=1$

$\lim_{x\to 5^+} f(x) = \lim_{x\to 5^+}\left(\alpha^2+\beta^2\right)\ln e + 2(\alpha+1)e^0 =$

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha+2$

Πρέπει $\alpha^2+\beta^2+2\alpha+2=1$

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha+1=0$

$(\alpha+1)^2+\beta^2=0$

$\alpha=-1$, $\beta=0$

Γ4. i) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+3-4}{2\left(x^2-5x+3\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} =$

$\lim_{x\to 1^-}\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x-3)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)} = \dfrac{1+1}{(2-3)(2+2)} = \dfrac{-1}{2}$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\dfrac{2-(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1^+}\dfrac{2-x-1}{(x-1)(x+1)} =$

$= \lim_{x\to 1^+}\dfrac{-(x-1)}{(x-1)(x+2)} = -\dfrac{1}{2}$

Άρα $\lim_{x\to 1} f(x) = -\dfrac{1}{2}$

ii) Θέτουμε f(x)=ω

Για $x\to 1$

$f(x)\to -\dfrac{1}{2}$ άρα $\omega \to -\dfrac{1}{2}$

α) $\lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{2\omega-3\omega-2}{4\omega^2-1} = \lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{(2\omega+1)(\omega-2)}{(2\omega+1)(2\omega-1)} = \lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{\omega-2}{2\omega-1} = \dfrac{5}{4}$

β) $\lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{\sqrt{4\omega^2+3}-2}{2\omega+1} = \lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{4\omega^2-1}{(2\omega+1)\left(\sqrt{4\omega^2+3}+2\right)} =$

$\lim_{\omega\to -\frac{1}{2}}\dfrac{2\omega-1}{\sqrt{4\omega^2+3}+2} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i) Για την f πρέπει $x+1\geq 0$ και $x^2-3x+2\geq 0$

$A_f = [-1,1]\cup[2,+\infty)$

ii) Για την g πρέπει $x^2+x-2>0$ και $\dfrac{x+3}{3-x}>0$

$A_g = (-3,-2)\cup(1,3)$

Δ2. Για την f: $x+1-\alpha\neq 0$

$x\neq \alpha-1$

A_f: R-{α-1}

Για την g: $x+\alpha\neq 0 \Leftrightarrow$

$x\neq -\alpha$

A_g: R-{-α}

Πρέπει α-1= -α⇔α=$\frac{1}{2}$

Για $\alpha=\frac{1}{2}$

$$f(x)=\frac{2\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}(x+1)}{x+\frac{1}{2}}$$

$$g(x)=\frac{\left(3\left(\frac{1}{2}\right)-1\right)x+\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}{x+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}(x+1)}{x+\frac{1}{2}}$$ οπότε g(x)=f(x).

Άρα για α=$\frac{1}{2}$ είναι f=g.