



<http://www.floropoulos.gr> - email: info@floropoulos.gr

για μαθητές με απαιτήσεις

• **ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ:** Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• **ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ:** Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή 29 Νοεμβρίου 2015

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A3.

- i. Λάθος
- ii. Σωστό
- iii. Σωστό
- iv. Σωστό
- v. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

i. Για $x=0 \rightarrow \frac{1}{4} \leq f(0) \leq \frac{1}{2}$

$$x=1 \rightarrow \frac{1}{2} \leq f(1) \leq \frac{3}{4}$$

ii. $\frac{1}{x^4} + 1 \leq 4f\left(\frac{1}{x}\right) \leq \frac{1}{x^4} + 2$

$$\frac{1+x^4}{4x^4} \leq f\left(\frac{1}{x}\right) \leq \frac{1+2x^4}{4x^4}$$

$$\frac{1+x^4}{4} \leq x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) \leq \frac{1+2x^4}{4}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^4}{4} = \frac{1}{4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2x^4}{4}$$

Οπότε $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) \right) = \frac{1}{4}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 f\left(\frac{1}{x}\right) + 4\eta\mu 3x}{2x^2 + 3\eta\mu x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{4\eta\mu 3x}{x}}{2x + 3 \frac{\eta\mu x}{x}} = \frac{\frac{1}{4} + 4 \cdot 3}{2 \cdot 0 + 3} = \frac{49}{12}$

iv. Εφαρμόζουμε Θ. BOLZANO για την $g(x) = f(x) - x$ στο $[0, 1]$.

ΘΕΜΑ Γ

i. Θέτουμε $\frac{f(x) + x^3}{x} = g(x)$ με $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$ και $x \neq 0$.

Άρα $f(x) = xg(x) - x^3$.

Οπότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (xg(x) - x^3) = 0 = f(0)$ αφού f συνεχής.

ii. $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xg(x) - x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (g(x) - x^2) = 2$

Οπότε $y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x$

iii. Λύνουμε το (Σ)

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 - 2x + 4 \end{cases} \text{ κοινό σημείο } M(2, 4) \text{ και } f'(2) = 2$$

iv. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3 \left(\frac{f(x)}{x} \right)^2}{11 + 2 \frac{\eta \mu x}{x}} = \frac{1 + 3(2)^2}{11 + 2} = \frac{13}{13} = 1$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

i. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

ii. $f'(x) = e^{x^2+1} \cdot 2x$

iii. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+\ln x}} - \frac{1}{x}$

Δ2. Είναι $(f(x)g(x))' = (e^{f(x)+g(x)})'$ ή $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = e^{f(x)+g(x)} \cdot (f'(x) + g'(x))$ ή

$$f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot (f'(x) + g'(x)) \text{ ή } \frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)} = f'(x) + g'(x)$$

Δ3. $f'(x) = 2x\ln x + x$

$$f''(x) = 2\ln x + 2 + 1 = 2\ln x + 3 \text{ οπότε } f'(x) - xf'(x) + 2x = 2x\ln x + x - x(2\ln x + 3) + 2x = 2x\ln x + x - 2x\ln x - 3x + 2x = 0$$