

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΚΥΡΙΑΚΗ 18 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ -  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:**

A. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

B.α) Θεωρία σχολικού βιβλίου.

β) Θεωρία σχολικού βιβλίου.

Γ.i) Σ

ii) Σ

iii) Σ

iv) Σ

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>:**

$$1) \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \cos(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 2 \cdot 3 \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

$$2) \vec{AM} = \frac{\vec{AG} + \vec{AB}}{2} = \frac{4\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2} = \frac{6\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}}{2} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta}$$

$$3) i. \quad |\vec{AM}|^2 = |3\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 = (3\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (3\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = 9\vec{\alpha} \cdot \vec{\alpha} + 6\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\beta} =$$

$$= 9|\vec{\alpha}|^2 + 6\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2 = 9 \cdot 4 + 6(-3) + 9 = 36 - 18 + 9 = 27$$

$$\text{Άρα } |\vec{AM}| = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$$

ii.

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu}(\overrightarrow{AM}, \vec{\alpha}) &= \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \vec{\alpha}}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\vec{\alpha}|} = \frac{(3\vec{\alpha} + \vec{\beta})\vec{\alpha}}{3\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{3\vec{\alpha}^2 + \vec{\alpha}\vec{\beta}}{6\sqrt{3}} = \frac{3|\vec{\alpha}|^2 + (-3)}{6\sqrt{3}} = \\ &= \frac{3 \cdot 4 - 3}{6\sqrt{3}} = \frac{9}{6\sqrt{3}} = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{6 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.\end{aligned}$$

$$\text{Άρα } (\overrightarrow{AM}, \vec{\alpha}) = \frac{\pi}{6}.$$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>:

i. Η (1) δεν παριστάνει ευθεία όταν

$$\left. \begin{array}{l} 2\alpha + 1 = 0 \\ \alpha - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha = -\frac{1}{2} \\ \alpha = 1 \end{array} \text{ ΑΔΥΝΑΤΟ}$$

ii. Για  $\alpha = 0 \rightarrow \varepsilon_1 : x - y + 3 = 0$  }  $y = 2$   
 $\alpha = 1 \rightarrow \varepsilon_2 : 3x + 0y + 3 = 0$  }  $x = -1$  M(-1, 2)

$$\text{Η (1) γίνεται } (2^0 + 1)(-1) + (\alpha - 1)2 + 3 = 0$$

$$0 = 0 \text{ ΙΣΧΥΕΙ}$$

iii. Για  $\alpha = 0 \rightarrow \varepsilon_1 : x - y + 3 = 0$  }  $y = 1$   
 $\varepsilon : x + 5y - 3 = 0$  }  $x = -2$  A(-2, 1)

Για  $\alpha = -1 \rightarrow \varepsilon_3 : -x - 2y + 3 = 0$  }  $B(3, 0)$   
 $\varepsilon : x + 5y - 3 = 0$  }

$$\overrightarrow{AM} = (-1, -1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (5, -1) \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) =$$

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 5 = -4$$

$$(\text{AMB}) = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3\pi$$

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>:**

$$\overrightarrow{\text{OA}} = (-1, y)$$

**A.**  $\overrightarrow{\text{OB}} = (2x, y)$

$$\overrightarrow{\text{OA}} \cdot \overrightarrow{\text{OB}} = -2x + y^2$$

Άρα  $y^2 - 2x = 0$

$$y^2 = 2x$$

Άρα  $P=1$        $E(\frac{1}{2}, 0)$        $\delta: -\frac{1}{2}$

$$3(\sqrt{1^2 + y^2})^2 + (\sqrt{4x^2 + y^2})^2 = 15$$

**B.**  $3(1^2 + y^2) + (4x^2 + y^2) = 15$

$$4x^2 + 4y^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3$$

Κύκλος με κέντρο

$K(0, 0)$  και ακτίνα  $\rho = \sqrt{3}$

Γ.α. Λύνουμε το  $(\Sigma)$

$$\left. \begin{array}{l} y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 = 3 \end{array} \right\} x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \left\langle \begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array} \right.$$

Αν  $x=1$  τότε  $y^2 = 2 \cdot 1$  δηλαδή  $y = \pm\sqrt{2}$  άρα  $K(1, \sqrt{2})$   $\Lambda(1, \sqrt{2})$

Αν  $x=-3$  τότε  $y^2 = 2(-3)$  δηλαδή  $y^2 = -6$  ΑΔΥΝΑΤΗ

**β.** Η εφαπτομένη της  $C_1$  στο  $K$  είναι

$$y \cdot \sqrt{2} = 1(x+1) \Leftrightarrow x - \sqrt{2}y + 1 = 0$$

Η εφαπτομένη της  $C_2$  στο  $\Lambda$  είναι

$$x \cdot 1 + y(-\sqrt{2}) = 3 \Leftrightarrow x - \sqrt{2}y - 3 = 0$$

$$\lambda_{\varepsilon\phi c_1} = -\frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\lambda_{\varepsilon\phi c_2} = \frac{-1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΙΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ