

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ -
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου.

A3. α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| \left| \cos \frac{\pi}{3} \right| = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1.$

B2. $\vec{AM} = \frac{\vec{AB} + \vec{AG}}{2} = \frac{6\vec{\alpha} + 6\vec{\beta}}{2} = 3(\vec{\alpha} + \vec{\beta}),$

$\vec{BG} = \vec{BA} + \vec{AG} = 2\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = 2(\vec{\alpha} - \vec{\beta}).$

B3. $|\vec{AM}| = |3(\vec{\alpha} + \vec{\beta})| = 3|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 3\sqrt{7}.$

$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 = \vec{\alpha}^2 + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\beta}^2 = 4 + 2 \cdot 1 + 1 = 7$

Άρα $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{7}$

$$|\overline{A\Gamma}|^2 = |4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}|^2 = 16\vec{\alpha}^2 + 16\vec{\alpha}\vec{\beta} + 4\vec{\beta}^2 = 16 \cdot 4 + 16 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 84$$

$$\text{Άρα } |\overline{A\Gamma}| = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}.$$

$$\mathbf{B4.} \text{ συν}(\overline{AM}, \overline{A\Gamma}) = \frac{\overline{AM} \cdot \overline{A\Gamma}}{|\overline{AM}| |\overline{A\Gamma}|} = \frac{72}{3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{21}} = \frac{72}{6 \cdot \sqrt{7}\sqrt{21}} = \frac{12}{\sqrt{7}\sqrt{21}}.$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\mathbf{Γ1. α.} \begin{cases} \lambda - 1 = 0 \\ \text{και} \\ \lambda + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \text{και ΑΔΥΝΑΤΟ. Άρα η (1) παριστάνει ευθεία} \\ \lambda = -1 \end{cases}$$

για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\mathbf{β.} \begin{cases} \lambda = 1 \\ \lambda = -1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 : 0x + 2y - 4 = 0 \\ \varepsilon_2 : -2x + 0y - 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Άρα $M(-1, 2)$. Επαληθεύει την (1) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

$\gamma.$ λ_{AM} δεν ορίζεται άρα $x = -1$, $\lambda_{MB} = 0$ οπότε $y = 2$, $\lambda_{MG} = \frac{4}{2} = 2$ οπότε

$MG: y - 2 = 2(x + 1)$. Άρα $y = 2x + 4$.

$\mathbf{Γ2. α.}$ $p = -2$ άρα $y^2 = -4x$

$\mathbf{β.}$ $E(-1, 0)$ και $\delta: x = -1$

$$\mathbf{\gamma.} y = -2x + \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $A = -6\lambda$, $B = 4\lambda$, $\Gamma = 9\lambda^2$ οπότε $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 16\lambda^2 > 0$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$.
Άρα είναι κύκλος με $K(3\lambda, -2\lambda)$ και ακτίνα $\rho = 2|\lambda|$.

Δ2. Είναι
$$\left. \begin{array}{l} x = 3\lambda \\ y = -2\lambda \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda = \frac{x}{3} \\ y = -2\frac{x}{3} \text{ ή } y = -\frac{2}{3}x \end{array}$$

Άρα ο Γ.Τ. είναι ευθεία $y = \frac{-2}{3}x$

Δ3. Για $\lambda = 1$ είναι $K(3, -2)$ και $\rho = 2 \cdot 1 = 2$ οπότε $d(M, K) = \sqrt{53}$. Άρα $d(M, K) > \rho$. Οπότε το M είναι εξωτερικό σημείο.

Δ4. $d(M, C)_{\max} = d(M, K) + \rho = \sqrt{53} + 2$

$d(M, C)_{\min} = d(M, K) - \rho = \sqrt{53} - 2$