ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΥΡΙΑΚΗ 26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** β **Α4.** α

Α5. α) Λ **β)** Λ **γ)** Σ **δ)** Λ **ε)** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Από το σχήμα απομάκρυνσης – χρόνου y = f(t), προκύπτει **T = 1 s**.

Από το σχήμα απομάκρυνσης – θέσης y = f(x), προκύπτει 2,5 λ = 5 cm → **λ = 2 cm**.

Με εφαρμογή της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής προκύπτει,

$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = 2$ cm/s.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η β.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, που κλείνουμε το διακόπτη Δ_1, στο κύκλωμα L_1 - C ξεκινά αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με τον πυκνωτή να είναι φορτισμένος με μέγιστο φορτίο Q. Άρα η χρονική εξίσωση του φορτίου θα είναι:

$q = Q\,\sigma\upsilon\nu\,\omega_1 t = Q\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi t}{T_1}$

όπου T_1 η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L_1 - C.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3T_1}{2}$, που ανοίγουμε το διακόπτη Δ_1 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη Δ_2, το φορτίο του πυκνωτή είναι:

$q_1 = Q\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T_1}\frac{3T_1}{2} = Q\,\sigma\upsilon\nu 3\pi = -Q$.

Το μέγιστο φορτίο της ηλεκτρικής ταλάντωσης στο κύκλωμα L_2 - C θα είναι:

$Q_2 = |q_1| = Q$.

Τα μέγιστα ρεύματα στα δύο κυκλώματα δίνονται από τις σχέσεις:

$I_1 = \omega_1 Q = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} Q$ και

$$I_2 = \omega_2\, Q_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} Q = \frac{1}{\sqrt{4L_1 C}} Q = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{L_1 C}} Q \rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1 \rightarrow \mathbf{I_1 = 2\, I_2.}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Το πλήθος των δεσμών του στάσιμου κύματος από την θέση 0,4 m έως τη θέση 1,6 m προσδιορίζεται ως εξής:

$$0{,}4 < (2N + 1)\,\frac{\lambda}{4} < 1{,}6 \rightarrow 0{,}4 < (2\,N + 1)\,0{,}2 < 1{,}6 \rightarrow 2 < 2\,N + 1 < 8 \rightarrow$$

$$0{,}5 < N < 3{,}5$$

Όμως το Ν είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι: Ν = 1, 2, 3

Επειδή μεταξύ των σημείων Α και Β υπάρχουν 3 δεσμοί, τα σημεία αυτά θα κινούνται με αντίθετη φορά άρα έχουν διαφορά φάσης **Δφ = π rad**.

Αλλιώς:

$$\psi_A = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\,\chi_A}{\lambda}\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T} = 2A\;\sigma\upsilon\nu\pi\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T} = -\,2A\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T} \rightarrow$$

$$\psi_A = 2A\;\eta\mu(\frac{2\pi\,t}{T} + \pi)$$

$$\psi_B = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\,\chi_B}{\lambda}\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T} = 2A\;\sigma\upsilon\nu 2\pi\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T} = 2A\;\eta\mu\frac{2\pi\,t}{T}$$

Άρα τα σημεία Α και Β έχουν διαφορά φάσης **Δφ = π rad**.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Σε κάθε κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής: $\vec{p}^{\,o\lambda}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}^{\,o\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda}$ (1)

Άρα: $\left|\Delta\vec{P}_{o\lambda}\right| = 0$.

Από την (1) παίρνουμε: $\vec{p}^{\,\alpha\rho\chi}_{M} + \vec{p}^{\,\alpha\rho\chi}_{m} = \vec{p}^{\,\tau\varepsilon\lambda}_{M} + \vec{p}^{\,\tau\varepsilon\lambda}_{m} \rightarrow m\,u + 0 = (m + M)V \rightarrow$

$$V = \frac{m\,u}{m + M} = \frac{m\,u}{m + 3m} \rightarrow V = \frac{u}{4} \quad (2)$$

$$K^{\alpha\rho\chi}_{o\lambda} = K_M + K_m = 0 + \frac{1}{2}\,m\,u^2 \rightarrow K^{\alpha\rho\chi}_{o\lambda} = \frac{mu^2}{2} \quad (3).$$

$$K^{\tau\varepsilon\lambda}_{o\lambda} = K^{\tau\varepsilon\lambda}_{m} + K^{\tau\varepsilon\lambda}_{M} = \frac{1}{2}\,(m + M)\,V^2 \xrightarrow{(2)} K^{\tau\varepsilon\lambda}_{o\lambda} = \frac{1}{2}\,4m\,\frac{u^2}{16} = \frac{mu^2}{8} \quad (4).$$

$$\left|\Delta K_{o\lambda}\right| = \left|K^{\tau\varepsilon\lambda}_{o\lambda} - K^{\alpha\rho\chi}_{o\lambda}\right| \xrightarrow{(3),(4)} \left|\Delta K_{o\lambda}\right| = \left|\frac{mu^2}{8} - \frac{mu^2}{2}\right| = \left|-\frac{3mu^2}{8}\right| \rightarrow \left|\mathbf{\Delta K_{o\lambda}}\right| = \mathbf{\frac{3mu^2}{8}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι 2Α, οπότε: $d = 2A = 0{,}4m \rightarrow$ **$A = 0{,}2$ m**. Επίσης γνωρίζουμε ότι ο χρόνος μετάβασης από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\frac{T}{2}$.

Άρα, $\Delta t = \frac{T}{2} = 0{,}1\pi$ s $\rightarrow$ **$T = 0{,}2\pi$ s**.

Η σχέση γωνιακής συχνότητας – περιόδου είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} \rightarrow$ **$\omega = 10$ rad/s**.

Γ2. Η ενέργεια που προσφέρουμε για να θέσουμε ένα σύστημα σε ταλάντωση είναι ίση με την ολική ενέργεια Ε της ταλάντωσης, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:

$E = \frac{1}{2}\, D\, A^2 = \frac{1}{2}\, m\, \omega^2 A^2 \rightarrow E = \frac{1}{2}\, 0{,}1 \text{ Kg } (10 \text{ rad/s})^2\, (0{,}2 \text{ m})^2 \rightarrow$ **$E = 0{,}2$ J**.

Γ3. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος θα προκύψει από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας για την ταλάντωση:

$K + U = E \rightarrow U = E - K = E - \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2 = 0{,}2 \text{ J} - \frac{1}{2}\, 0{,}1 \text{ Kg } (\sqrt{3} \text{ m/s})^2 \rightarrow$ **$U = 0{,}05$ J**.

Γ4. δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η απομάκρυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο στη γενική της μορφή είναι:

$\chi = A\, \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0{,}2\, \eta\mu(10t + \varphi_0)$ (1).

Ο ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t = 0 βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $\chi = 0{,}1\sqrt{2}$ m. Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης t = 0 και $0{,}1\sqrt{2}$. Έτσι η εξίσωση γίνεται: $0{,}1\sqrt{2} = 0{,}2\, \eta\mu(\omega\, 0 + \varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{4}$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}$ (2) ή $\varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{4} = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4}$ (3) με $0 \le \varphi_0 < 2\pi$

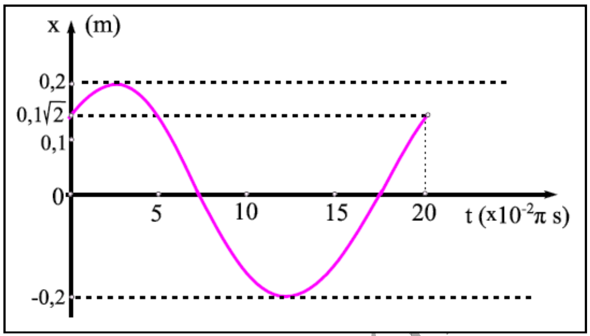
Επειδή το μέτρο της ταχύτητάς του ταλαντωτή μειώνεται, το σώμα κινείται από τη θέση ισορροπίας προς την ακραία θετική απομάκρυνση, δηλαδή έχει ταχύτητα θετική. Άρα για κ = 0 παίρνουμε:

από την σχέση (2): $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ rad. Επειδή $u = u_{max}\sigmaυν\frac{\pi}{4} > 0$ είναι δεκτή.

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

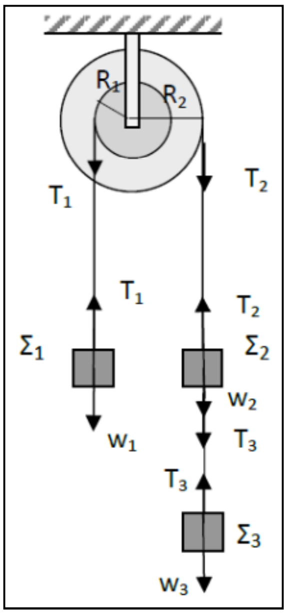
$$\chi = 0{,}2\ \eta\mu(10t + \frac{\pi}{4})\ \ (1).$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Τα σώματα ισορροπούν, άρα:



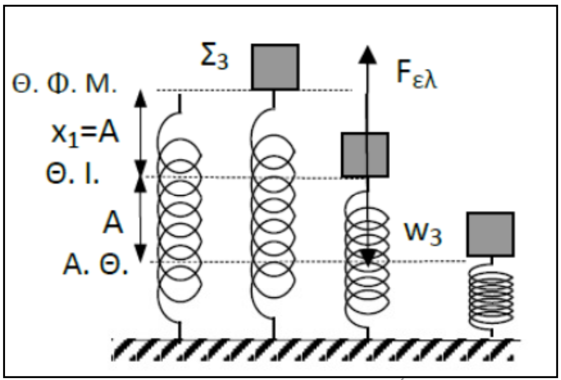
(Σώμα Σ_1) :
$\Sigma F = 0 \rightarrow T_1 = m_1\, g \rightarrow \mathbf{T_1 = 40\ N}$.

(Τροχαλία):
$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \rightarrow T_1\, R_1 - T_2\, R_2 = 0 \rightarrow 40\ N\ 0{,}05\ m = T_2\ 0{,}1\ m \rightarrow$
$\mathbf{T_2 = 20\ N.}$

(Σώμα Σ_2) :
$\Sigma F = 0 \rightarrow T_2 = m_2\, g + T_3 \rightarrow T_3 = T_2 - m_2\, g = 20\ N - 10\ N \rightarrow$
$\mathbf{T_3 = 10\ N.}$

(Σώμα Σ_3) :
$\Sigma F = 0 \rightarrow T_3 = m_3\, g \rightarrow \mathbf{m_3 = 1\ Kg}$.

Δ2) Κόβουμε το νήμα που ενώνει τα σώματα Σ_2 και Σ_3 και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος Σ_3 μηδενίζεται για 5^{η} φορά, μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα Σ_2 κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $\upsilon_2 = 8$ m/s. Το σώμα Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ξεκινώντας, χωρίς αρχική ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από την πάνω ακραία του θέση. Η ταχύτητά του θα μηδενιστεί για πρώτη φορά όταν φτάσει στην κάτω ακραία θέση, και απαιτείται χρόνος μισής περιόδου. Σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου η ταχύτητα μηδενίζεται δύο φορές, άρα για να μηδενιστεί η ταχύτητα για 5^{η} φορά, απαιτείται χρονικό διάστημα t = 2,5T.



Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} = \sqrt{\frac{1\,\text{Kg}}{\frac{100\pi^2}{16}\,\text{N/m}}} \rightarrow T = 0{,}8\ \text{s}.$$

Άρα $t = 2{,}5T = 2$ s.

Το σώμα Σ_2 κινείται προς τα πάνω, κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, έχει ταχύτητα, που δίνεται από τη σχέση:

$\upsilon_2 = \alpha_2\, t \rightarrow 8\ \text{m/s} = \alpha_2\, 2\ \text{s} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = 4\ \text{m/s}^2}$.

β) Η επιτάχυνση του σώματος Σ_2 ισούται με τη γραμμική επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο που εφάπτεται το αντίστοιχο σκοινί και είναι:

$\alpha_2 = \alpha_\gamma\, R_2 \rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{\alpha_2}{R_2} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_\gamma = 40\ \text{rad/s}^2}$.

Το σώμα Σ_1 κινείται προς τα κάτω, κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιτάχυνσή του ισούται με τη γραμμική επιτάχυνση της τροχαλίας στο σημείο που εφάπτεται το αντίστοιχο σκοινί και είναι:

$a_1 = \alpha_\gamma\, R_1 \rightarrow \boldsymbol{\alpha_1 = 2\ \text{m/s}^2}$.

Για την κίνηση του σώματος Σ_1 θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής:

$\Sigma F_1 = m_1\, a_1 \rightarrow w_1 - T_1' = m_1\, a_1 \rightarrow T_1' = w_1 - m_1\, a_1 = m_1\, g - m_1\, a_1 \rightarrow T_1' = 32$ N.

Για την κίνηση του σώματος Σ_2 θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής, άρα:

$\Sigma F_2 = m_2\, a_2 \rightarrow T_2' - w_2 = m_2\, a_2 \rightarrow T_2' = m_2\, a_2 + m_2\, g \rightarrow T_2' = 14$ N.

Για την κίνηση της τροχαλίας θα ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής, για τη στροφική κίνηση, άρα:

$\Sigma\tau_{(K)} = I\, \alpha_\gamma \rightarrow T_1'\, R_1 - T_2'\, R_2 = I\, \alpha_\gamma \rightarrow 40\, I = 1{,}6 - 1{,}4 \rightarrow \boldsymbol{I = 0{,}005\ \text{Kg m}^2}$.

γ) Η εξίσωση της ταλάντωσης του Σ_3 δίνεται από τη σχέση:

$$x = A\ \eta\mu(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Η απόσταση της θέσης φυσικού μήκους του ελατηρίου και της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης απέχουν κατά x_1 που θα βρεθεί από τη σχέση ισορροπίας του σώματος Σ_3:

$\Sigma F_3 = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_3\, g \rightarrow k\, x_1 = m_3\, g \rightarrow \frac{100}{16}\pi^2\, x_1 = 10 \rightarrow$ $\mathbf{x_1 = 0,16\ m}$.

Αυτή η απόσταση ισούται και με το πλάτος της ταλάντωσης Α, αφού η θέση που ξεκινάει να κινείται το σώμα είναι η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης. Άρα **Α = 0,16 m**.

Η γωνιακή συχνότητα δίνεται από τη σχέση: $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = 2,5\pi$ rad/s.

Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα και βρίσκεται στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης x = A, λαμβάνοντας τη θετική φορά προς τα πάνω.

Επομένως $A = A\, \eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad.

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:

$x = 0,16\, \eta\mu(2,5\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.).

Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{2}{3}$ s απομάκρυνση x είναι:

$x = 0,16\, \eta\mu(2,5\pi t + \frac{\pi}{2}) \rightarrow x = 0,16\, \eta\mu(2,5\pi\, \frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}) = 0,16\, \eta\mu(\frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) \rightarrow$

$x = 0,16\, \eta\mu\frac{13\pi}{6} = 0,16\, \eta\mu(2\pi + \frac{\pi}{6}) \rightarrow x = 0,16\, \frac{1}{2} = 0,08$ m.

δ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{F_{\varepsilon\pi}}}{dt} = \frac{F_{\varepsilon\pi}\, dx}{dt} = F_{\varepsilon\pi}\, \upsilon = -\, k\, x\, \upsilon.$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα Σ_3 βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση και έχει ταχύτητα μηδέν, άρα με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

$\mathbf{\frac{dK}{dt} = 0\ J/s}$.