

ΘΕΜΑ Δ

Ένας ξύλινος στόχος μάζας $M = 5 \text{ Kg}$ βρίσκεται ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ Kg}$ λίγο πριν τη κρούση με το στόχο, έχει οριζόντια προς τα δεξιά ταχύτητα με μέτρο 200 m/s . Το βλήμα διαπερνά το στόχο και εξέρχεται από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου 100 m/s , ομόρροπη της αρχικής του ταχύτητας.

Δ1) Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά ο στόχος αμέσως μετά την σύγκρουση.

Μονάδες 6

Δ2) Να βρεθεί το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας της συγκρούσεως.

Μονάδες 6

Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ στόχου και βλήματος, όταν το βλήμα διαπερνά τον στόχο, είναι χρονικά σταθερές.

Δ3) Αν ο χρόνος που χρειάστηκε το βλήμα να διαπεράσει το στόχο είναι $\Delta t = 0,01 \text{ s}$, να βρείτε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο στόχο.

Μονάδες 6

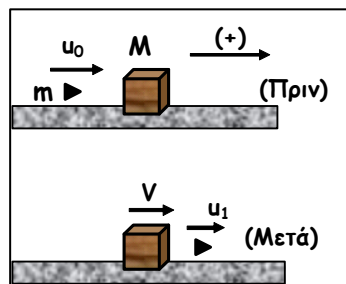
Δ4) Ο στόχος βρίσκεται στην άκρη ενός τραπέζιου, οπότε μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή. Όταν ο στόχος πέφτει στο δάπεδο, το μέτρο της ταχύτητας του είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας που έχει αμέσως μετά την σύγκρουση του με το βλήμα. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δ1)



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την ανελαστική κρούση:

$$\vec{p}_{ολ}^{πριν} = \vec{p}_{ολ}^{μετά} \rightarrow m u_0 + 0 = m u_1 + M V \rightarrow 0,1 \cdot 200 = 0,1 \cdot 100 + 5 V \rightarrow 20 - 10 = 5 V \rightarrow$$

$V = 2 \text{ m/s}$.

Δ2) $K_{αρχ}^{συστ} = \frac{1}{2} m u_0^2 = 2000 \text{ J}$

$$K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M V^2 = 500 + 10 = 510 \text{ J}$$

$$Q = K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} - K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} = 1490 \text{ J}$$

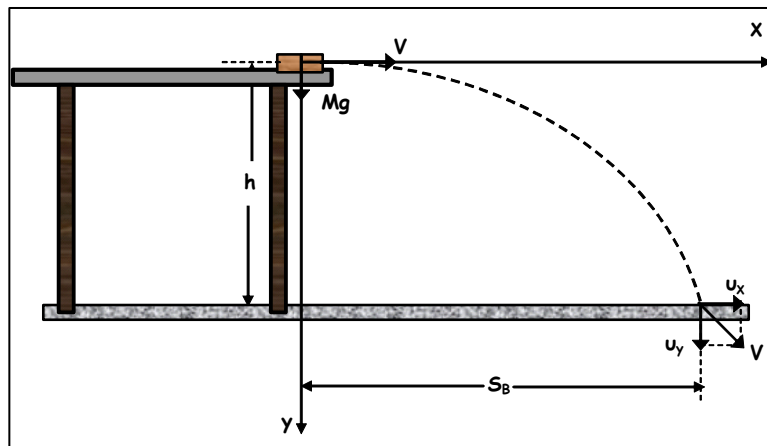
Δ3) Η μεταβολή της ορμής του στόχου κατά την διάρκεια της κρούσης είναι:

$$\Delta \vec{p}_{\text{στόχου}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{στόχου}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{στόχου}} \rightarrow \Delta p_{\text{στόχου}} = M V - 0 \rightarrow \Delta p_{\text{στόχου}} = 10 \text{ Kg m/s.}$$

Το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο στόχο υπολογίζεται από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$|\Sigma F_{\text{στόχου}}| = \left| \frac{\Delta p_{\text{στόχου}}}{\Delta t} \right| \rightarrow F_{\text{στόχου}} = \left| \frac{10 \text{ Kg m/s}}{10^{-2} \text{ s}} \right| \rightarrow F_{\text{στόχου}} = 1000 \text{ N.}$$

Δ4) Μετά την κρούση ο στόχος κάνει ταυτόχρονα δύο ανεξάρτητες κινήσεις.



Στον οριζόντιο άξονα x , επειδή δεν δέχεται καμία δύναμη, κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, με ταχύτητα $v_x = V = 2 \text{ m/s}$ άρα η θέση του κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από τη σχέση:
 $x = V t$ (1)

Στον κατακόρυφο άξονα y , ασκείται μόνο το βάρος του, με αποτέλεσμα να κάνει ελεύθερη πτώση άρα θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2) \quad v_y = g t \quad (3)$$

Όταν ο στόχος φτάσει στο δάπεδο ισχύει:

$$y = h \xrightarrow{(2)} \frac{1}{2} g \Delta t_1^2 = h \rightarrow \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Η ταχύτητα του στόχου τη χρονική στιγμή που χτυπά στο δάπεδο έχει μέτρο:



$$V_{\text{στόχου}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Όμως $V_{\text{στόχου}} = 2V = 4 \text{ m/s}$, $v_x = V = 2 \text{ m/s}$ και $v_y = g \Delta t_1 = g \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Άρα $4^2 = 2^2 + 100 \frac{2h}{10} \rightarrow 16 - 4 = 20h \rightarrow h = \frac{12}{20} \rightarrow \mathbf{h = 0,6 \text{ m}}$.