

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
 για μαθητές με απαιτήσεις

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 3 Μαρτίου 2026

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ .

Αν

- f είναι συνεχής στο Δ και
 - $f'(x)=0$ για κάθε x εσωτερικό σημείο του Δ ,
- να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 7

A2. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο $[a, \beta]$.

Μονάδες 5

A3. Να διατυπώσετε το θεώρημα Fermat.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει ότι: $|\eta\mu x| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$.

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R} \setminus \{x/\text{συν}x=0\}$ ισχύει $(\varepsilon\varphi x)' = -\frac{1}{\text{συν}^2 x}$.

δ) Ισχύει: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\eta\mu}{x} = 1$.

ε) Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y=x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$$

B1. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα, τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της f .

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή, τα διαστήματα στα οποία η f είναι κοίλη και να προσδιορίσετε τα σημεία καμψής της γραφικής της παράστασης.

Μονάδες 7

B3. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 7

B4. Με βάση τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα B1, B2, B3 να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό).

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(0)=0$ η οποία είναι παραγωγίσιμη και ισχύει $(x^2+9)f'(x)+2xf(x)=1, x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 6

Γ1. Να βρείτε τη συνάρτηση f .

Μονάδες 6

Έστω

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}, x \in \mathbb{R}$$

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \ln x]$$

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , στον άξονα $x'x$ και την ευθεία $x=1$.

Μονάδες 4**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x)=e^x-x^2$ και η σχέση: $2f(\beta) \ln x \leq x-1$ η οποία ισχύει για κάθε $x>0$.

Δ1. (i) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε το σημείο καμπής της f .

Μονάδες 4

(ii) Να δείξετε ότι f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} και τέμνει τον άξονα $x'x$ σε μοναδικό σημείο $M(\alpha, 0)$ με $\alpha \in (-1, 0)$.

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι

$$f(\beta) = \frac{1}{2} \text{ με } \alpha < \beta < 0.$$

Μονάδες 6

Δ3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)=f^2(x)(f(x)-1)^2$ έχει δύο τοπικά ελάχιστα και ένα τοπικό μέγιστο.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$1 = \int_0^1 f(\sqrt{x}) dx$$

Μονάδες 4

Καλή επιτυχία!!!