



#### ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνα  $AB\Gamma$  είναι  $\overline{AB} = (\lambda, \lambda + 1)$ ,  $\overline{A\Gamma} = (3\lambda, \lambda - 1)$ , όπου  $\lambda \neq 0$  και  $\lambda \neq -2$ , και  $M$  είναι το μέσο της πλευράς  $B\Gamma$

α) Να αποδείξετε ότι  $\overline{AM} = (2\lambda, \lambda)$

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  για την οποία το διάνυσμα  $\overline{AM}$  είναι κάθετο στο διάνυσμα  $\vec{a} = \left(\frac{2}{\lambda}, -\lambda\right)$

(Μονάδες 8)

γ) Για την τιμή του  $\lambda$  που βρήκατε στο ερώτημα β), να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(Μονάδες 10)

#### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\alpha) \overline{AM} = \frac{\overline{AB} + \overline{A\Gamma}}{2} = \frac{(\lambda, \lambda + 1) + (3\lambda, \lambda - 1)}{2} = \frac{(4\lambda, 2\lambda)}{2} = (2\lambda, \lambda)$$

$$\beta) \overline{AM} \cdot \vec{a} = 2\lambda \frac{2}{\lambda} + \lambda(-\lambda) = 4 - \lambda^2$$

$$\text{Οπότε } \overline{AM} \cdot \vec{a} = 0 \text{ άρα } 4 - \lambda^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 = 4 \stackrel{\lambda \neq -2}{\Leftrightarrow} \lambda = 2$$

$$\gamma) \text{ Για } \lambda = 2 \text{ είναι } \overline{AB} = (2, 3) \text{ και } \overline{A\Gamma} = (6, 1)$$

$$\text{Οπότε } \det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 18 = -16$$

$$\text{Άρα } (AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma})| = \frac{1}{2} |-16| = 8 \text{ τ.μ.}$$