



ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}| = 4$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -8$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\left(\overset{\wedge}{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\beta} + 2\vec{\alpha} = \vec{0}$.

(Μονάδες 15)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\alpha) \text{ συν} \left(\overset{\wedge}{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \right) = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|} = \frac{-8}{2 \cdot 4} = -1$$

$$\text{Άρα} \left(\overset{\wedge}{\vec{\alpha}, \vec{\beta}} \right) = 180^\circ.$$

β) $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ οπότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ με $\lambda < 0$, οπότε $|\vec{\alpha}| = |\lambda| |\vec{\beta}|$ ή $2 = |\lambda| \cdot 4$ ή $|\lambda| = \frac{1}{2}$ ή $\lambda = -\frac{1}{2}$ ($\lambda < 0$).

$$\text{Άρα} \vec{\alpha} = -\frac{1}{2} \vec{\beta} \Leftrightarrow 2\vec{\alpha} = -\vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\beta} + 2\vec{\alpha} = \vec{0}.$$