



## ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  με  $\left(\vec{\alpha}, \vec{\beta}\right) = \frac{\pi}{3}$  και  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$ .

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 8)

β) Αν τα διανύσματα  $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του  $\kappa$ .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 7)

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\alpha) \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| \cos(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$\beta) (2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \perp (\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \Leftrightarrow (2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\kappa\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$2\kappa\vec{\alpha}^2 + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} + \kappa\vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\beta}^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2\kappa|\vec{\alpha}|^2 + 2 \cdot 2 + \kappa \cdot 2 + |\vec{\beta}|^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2\kappa \cdot 2 + 4 + 2\kappa + 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$6\kappa = -12 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = -2}$$

$$\gamma) |2\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 = (2\vec{\alpha} + \vec{\beta})^2 = 4\vec{\alpha}^2 + 4\vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\beta}^2$$

$$= 4|\vec{\alpha}|^2 + 4 \cdot 2 + |\vec{\beta}|^2$$

$$= 4 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 8 = 24$$

$$\text{Άρα } |2\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$