



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr



για μαθητές με απαιτήσεις

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 10 Ιανουαρίου 2026

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω f μια συνάρτηση, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$, για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 7

A2. Πότε μια ευθεία $y = \ell$ λέγεται οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο $+\infty$;

Μονάδες 4

A3. Να διατυπώσετε το Θεώρημα της Μέσης Τιμής του Διαφορικού λογισμού.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις και ορίζονται οι σύνθετες συναρτήσεις $g \circ f$ και $f \circ g$, τότε οι $g \circ f$ και $f \circ g$ δεν είναι υποχρεωτικά ίσες.

β) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 1$.

γ) Εάν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $f(x_0)$, τότε σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 .

δ) Αν η f είναι συνεχής στο Δ και $\alpha, \beta, \gamma \in \Delta$ τότε ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx$.

ε) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $g, h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους

$$g(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \text{ και } h(x) = \ln x.$$

B1. Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $f = g \circ h$.

Μονάδες 6

B2. Αν $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $x > 1$ να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι $f^{-1} = f$ (όπου f^{-1} είναι η αντίστροφη της συνάρτησης f).

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε της ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

B4. Να εξετάσετε αν η εξίσωση $f(x) = \sin x$ έχει λύση στο $(1, +\infty)$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3, & x < 1 \\ \frac{1}{x} + \alpha, & x \geq 1 \end{cases},$$

όπου $\alpha \in \mathbb{R}$, για την οποία γνωρίζουμε επιπλέον ότι

$$\int_2^3 xf(x)dx = 1.$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 0$.

Μονάδες 4

Γ2. i) Να αποδείξετε ότι ορίζεται εφαπτομένη (ε) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της τετμημένης $x_0 = 1$ (μονάδες 4).

ii) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) και τη γωνία που σχηματίζει η (ε) με τον άξονα $x'x$ (μονάδες 4).

Μονάδες 8

Γ3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι «ένα προς ένα» (“1-1”) (μονάδες 3) και στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών της (μονάδες 3).

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το $\int_1^e (f(x) - y)dx$ όπου $y = -x+2$ η εφαπτομένη της C_f στο $x_0=1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x\sqrt{\ln x}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 8

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $f(f(x))=e$.

Μονάδες 4

Δ3. Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)e^{-f(x)} \eta \mu f(x)]$$

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το $\int_e^{e^4} f^2(x)dx$.

Μονάδες 6

Καλή επιτυχία!!!