

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ ($ΑΒ//ΓΔ$) με τη γωνία $Γ$ ίση με 30° και έστω $Κ, Λ$ τα μέσα των διαγωνίων του. Οι μη παράλληλες πλευρές του $ΔΑ$ και $ΓΒ$ προεκτείνόμενες τέμνονται κάθετα στο σημείο $Ε$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΑΒ=2ΑΕ$

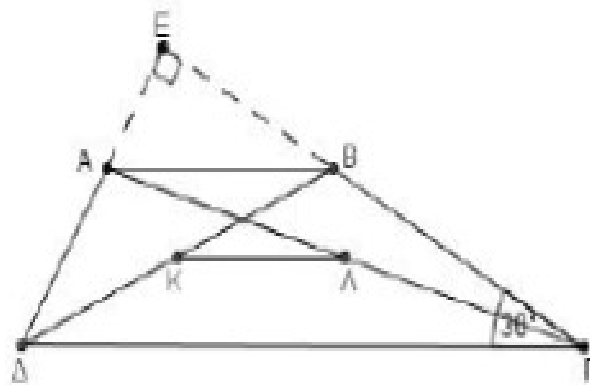
(Μονάδες 10)

β) $ΚΛ=ΑΔ$

(Μονάδες 10)

γ) Σε ποια περίπτωση το $ΑΒΚ$ είναι παραλληλόγραμμο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

α) $Β_1=30^\circ$ ως εντός εκτός και επι ταυτα των $ΔΓ//ΑΒ$

Στο $\overset{\Delta}{ΑΕΒ}$ ορθογώνιο: $ΑΕ = \frac{ΑΒ}{2}$ οπότε $\rightarrow ΑΒ=2ΑΕ$

β) $\overset{\Delta}{Γ} = 30^\circ$ οπότε $ΔΓ=2ΔΕ$

$$ΚΛ = // \frac{ΔΓ - ΑΒ}{2} = \frac{2ΔΕ - 2ΑΕ}{2} = \frac{2(ΔΕ - ΑΕ)}{2} = ΑΔ$$

γ) Θα πρέπει $ΚΛ = //AB$

$$\text{Άρα } ΚΛ = \frac{\Delta\Gamma - AB}{2} = \frac{3AB - AB}{2} = \frac{2AB}{2} = AB$$

Άρκεί λοιπόν $\Delta\Gamma = 3AB$