

ΘΕΜΑ 4

Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$) είναι $\Gamma\Delta=2AB$. Επίσης τα Z, H, E είναι τα μέσα των $A\Delta, B\Gamma$ και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα. Ακόμη η ZH τέμνει τις AE, BE στα σημεία Θ, I αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι, το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

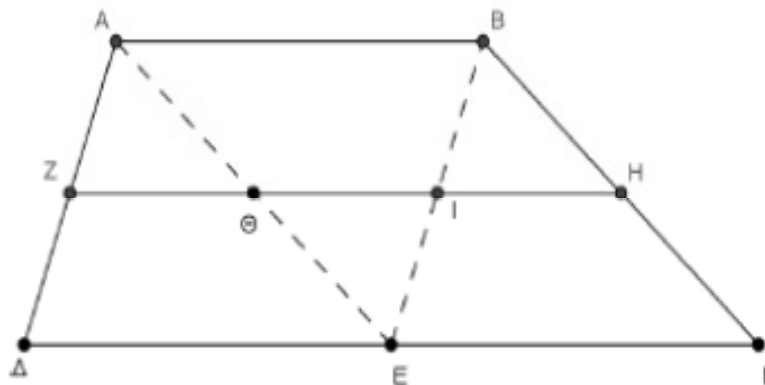
(Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι, τα σημεία Θ, I είναι μέσα των AE, BE αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

γ) Να δείξετε ότι $ZH = \frac{3}{2}AB$.

(Μονάδες 10)



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

α) $AB//\Delta\Gamma$ οπότε $AB//E\Gamma$

$$E\Gamma = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{2AB}{2} = AB$$

Άρα $AB//E\Gamma$ οπότε $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Στο $A\Delta E$: Z μέσο $A\Delta$

$Z\Theta//\Delta E$

Άρα Θ μέσο AE

Στο $B\Gamma E$: H μέσο $B\Gamma$

HI//EΓ

Άρα I μέσο BE

γ) ZH διάμεσος του τραπέζιου ABΓΔ

$$\text{Άρα } ZH = \frac{AB + \Delta\Gamma}{2} = \frac{AB + 2AB}{2} = \frac{3AB}{2}$$