

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 5 = 0$  (1), με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = 4\lambda^2 - 12\lambda - 16.$$

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

(Μονάδες 10)

γ) Αν η εξίσωση (1) έχει ρίζες τους αριθμούς  $x_1, x_2$  και  $d(x_1, x_2)$  είναι η απόσταση των  $x_1, x_2$  στον άξονα των πραγματικών αριθμών, να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει:

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{24}.$$

(Μονάδες 8)

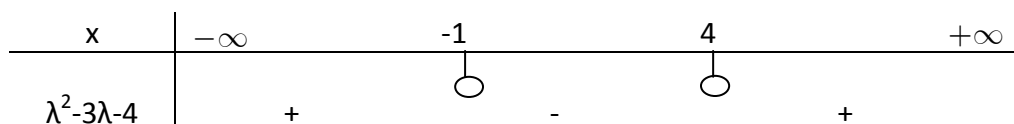
#### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\begin{aligned} \alpha) \Delta &= [-2(\lambda - 1)]^2 - 4 \cdot 1(\lambda + 5) = 4(\lambda^2 - 2\lambda + 1) - 4\lambda - 20 = \\ &4\lambda^2 - 8\lambda + 4 - 4\lambda - 20 = 4\lambda^2 - 12\lambda - 16 \end{aligned}$$

β) Πρέπει  $\Delta > 0$  δηλαδή  $4\lambda^2 - 12\lambda - 16 > 0$  ή  $\lambda^2 - 3\lambda - 4 > 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1(-4) = 9 + 16 = 25$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} \lambda_1 = 4 \\ \lambda_2 = -1 \end{cases}$$



$$\gamma) d(x_1, x_2) = \sqrt{24} \text{ ή } |x_1 - x_2| = \sqrt{24} \quad (2)$$

$$x_{1,2} = \frac{2(\lambda - 1) \pm 2\sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4}}{2} \begin{cases} x_1 = \lambda - 1 + \sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} \\ x_2 = \lambda - 1 - \sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} \end{cases}$$

$$\text{Η (2) γίνεται } \left| \lambda - 1 + \sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} - \lambda + 1 - \sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} \right| = \sqrt{24}$$

$$\left| 2\sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} \right| = \sqrt{24} \Leftrightarrow 2\sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{\lambda^2 - 3\lambda - 4} = \sqrt{6} \text{ ή } \lambda^2 - 3\lambda - 4 = 6 \Leftrightarrow \lambda^2 - 3\lambda - 10 = 0$$

$$\Delta = 9 + 40 = 49 \text{ και}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{2} \begin{cases} \lambda_1 = 5 \text{ Δεκτή} \\ \lambda_2 = -2 \text{ Δεκτή} \end{cases}$$