

ΘΕΜΑ 2

Σε γεωμετρική πρόοδο (a_n) με θετικό λόγο λ , ισχύει: $a_3=1$ και $a_5=4$.

α) Να βρείτε το λόγο της λ της προόδου και τον πρώτο όρο της.

(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι ο n -οστός όρος της προόδου είναι: $a_n=2^{n-3}$.

(Μονάδες 12)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\alpha) \begin{cases} a_3 = 1 \\ a_5 = 4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} a_1 \cdot \lambda^{3-1} \\ a_1 \cdot \lambda^{5-1} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} a_1 \cdot \lambda^2 = 1 \\ a_1 \cdot \lambda^4 = 4 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{a_1 \cdot \lambda^4}{a_1 \cdot \lambda^2} = \frac{4}{1} \\ \end{array} \right\} \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 = 4 \Leftrightarrow \boxed{\lambda=2} \text{ ΔΕΚΤΗ η } \lambda=-2 \text{ (Απορρίπτεται)}$$

$$\beta) a_n = a_1 \cdot \lambda^{n-1} = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{n-1-2} = 2^{n-3}$$

$$\text{Για } \lambda=2 \text{ έχουμε } a_1 \cdot 2^2 = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{1}{2^2}$$