

## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$ , με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 8)

γ) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να βρείτε για ποια τιμή του  $\lambda$  ισχύει:  $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

(Μονάδες 9)

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\begin{aligned}\alpha) \Delta &= (-2\lambda)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4(\lambda - 1) = 4\lambda^2 - 16\lambda + 16 = \\ &= 4(\lambda^2 - 4\lambda + 4) = 4(\lambda - 2)^2\end{aligned}$$

β) Επειδή  $\Delta = 4(\lambda - 2)^2 \geq 0$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  τότε η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές

$$\gamma) x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha} = \frac{2\lambda}{1} = 2\lambda$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{4(\lambda - 1)}{1} = 4(\lambda - 1)$$

$$\text{Οπότε έχουμε } 2\lambda = 4(\lambda - 1) \Leftrightarrow 2\lambda = 4\lambda - 4 \Leftrightarrow -2\lambda = -4 \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 2}$$