ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση: x^2-λx+(λ2+λ-1)=0 (1), με παράμετρο $\lambda \in R$.

α) Να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό *λ*, ώστε η εξίσωση (1) να έχει ρίζες πραγματικές.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την ανίσωση: S2-P-2≥0 όπου *S* και *P* είναι αντίστοιχα το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1).

(Μονάδες 13)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

α) Πρέπει $\Delta \geq 0$ ή $\left(-\lambda\right)^2 - 4 \cdot 1\left(\lambda^2 + \lambda - 1\right) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\lambda^2 - 4\lambda^2 - 4\lambda + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -3\lambda^2 - 4\lambda + 4 \geq 0$ (I)

Δ'=$(-4)^2$-4(-3)(+4)=16+48=64

$$\lambda_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{-6} = \quad \lambda_1 = \frac{12}{-6} = -2, \quad \lambda_2 = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

λ	$-\infty$		-2		2/3		$+\infty$
$-3\lambda^2-4\lambda+4$		-	0	+	0	-	

Άρα $\lambda \in \left[-2, \frac{2}{3}\right]$ (1)

β) $S = \frac{-\beta}{\alpha} = \frac{\lambda}{1} = \lambda$

$P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\lambda^2 + \lambda - 1}{1} = \lambda^2 + \lambda - 1$ οπότε

$S^2 - P - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda^2 - \lambda + 1 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow -\lambda - 3 \geq 0 \Leftrightarrow -\lambda \geq 1 \Leftrightarrow \boxed{\lambda \leq -1}$