

## ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε την ακολουθία  $(a_n)$  των θετικών περιττών αριθμών:  $1, 3, 5, 7, \dots$

**α)** Να αιτιολογήσετε γιατί η  $(a_n)$  είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε τον εκατοστό όρο της.

(Μονάδες 15)

**β)** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των  $n$  πρώτων περιττών θετικών αριθμών είναι ίσο με το τετράγωνο του πλήθους τους.

(Μονάδες 10)

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\alpha) a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 5 - 3 = 2$$

$$a_4 - a_3 = 7 - 5 = 2$$

οπότε είναι Α.Π με  $a_1 = 1$  και  $\omega = 2$

$$\text{οπότε } a_{100} = a_1 + (100 - 1)\omega = 1 + 99 \cdot 2 = 199$$

$$\beta) S_n = \frac{[2a_1 + (n-1)\omega]n}{2} = \frac{[2 \cdot 1 + (n-1)2]n}{2} = \frac{(2 + 2n - 2)n}{2} = \frac{2 \cdot n \cdot n}{2} = n^2$$