



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr



• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Δευτέρα 14 Ιουλίου 2025

ΘΕΜΑ Α

Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[α, β]$ και $f(α) \neq f(β)$ τότε για κάθε αριθμό η μεταξύ των $f(α)$, $f(β)$ υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (α, β)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = \eta$.

Μονάδες 8

A2. Να διατυπώσετε το Θ. Bolzano.

Μονάδες 4

A3. Έστω f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και $x_0 \in \Delta$ τότε λέμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

Μονάδες 3

A4. Να απαντήσετε με (Σ) ή (Λ):

- i) Αν f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε είναι συνεχής στο x_0 .
- ii) Ισχύει $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $v \in \mathbb{N}^* - \{1\}$.
- iii) Ισχύει $(\eta \mu x)' = -\sigma \upsilon \nu x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iv) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{x} = 0$.
- v) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma \upsilon \nu x - 1}{x} = 1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τα όρια:

B1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1}$$

Μονάδες 8

B2.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + x + 10}{x^3 - 8}$$

Μονάδες 8

B3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2\alpha x + \beta, & x < 2 \\ (\beta - \alpha)x + 1, & x \geq 2 \end{cases}$

Να βρεθούν οι $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=2$ και C_f να περνά από το σημείο $M(1, 0)$.

Μονάδες 13

Γ2. Έστω μια συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x^2}{x} = 2$.

i. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Μονάδες 6

ii. Να βρείτε το $f'(0)$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x + \beta & \text{αν } x \leq 1 \end{cases}$

Δ1. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0=1$ να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 13

Δ2. Για $\alpha=3$ και $\beta=-2$. Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=g(x)$ με $g(x)=x^2+5x$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $(1, 3)$.

Μονάδες 12

Καλή επιτυχία!!!