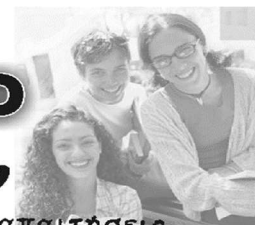




ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr



• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 22 Μαρτίου 2025

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ .

Αν

- Η f είναι συνεχής στο Δ και
- $f'(x) = 0$ για κάθε x εσωτερικό σημείο του Δ ,

να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 7

A2. Δίνεται η συνάρτηση f ορισμένη στο $\mathbb{R}$. Πότε η ευθεία $y = \lambda x + \beta$ λέγεται ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f στο $+\infty$.

Μονάδες 5

A3. Να διατυπώσετε το θεώρημα Fermat.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει ότι: $|\eta \mu x| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R} \setminus \{x/\sin x = 0\}$ ισχύει $(\varepsilon \varphi x)' = -\frac{1}{\sin x^2 x}$

δ) Ισχύει: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\eta \mu x}{x} = 1$

ε) οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $\angle xOy$ και $\angle x'Oy'$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα, τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της f .

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή, τα διαστήματα στα οποία η f είναι κοίλη και να προσδιορίσετε τα σημεία καμπής της γραφικής της παράστασης.

Μονάδες 9

B3. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 7

B4. Με βάση τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα **B1**, **B2**, **B3** να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό).

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(0)=0$ η οποία είναι παραγωγίσιμη και ισχύει

$$(x^2+9)f'(x)+2xf(x)=1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να βρείτε τη συνάρτηση f .

Μονάδες 6

$$\text{Έστω } f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \ln x]$

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $x=1$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Έστω $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ μια συνάρτηση η οποία είναι παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο και ισχύουν

- $xf(x) \geq e^x - \ln(x^2 + 1) - 1$, για κάθε $x \in \mathcal{R}$
- $(f^2(x))' \neq 0$, για κάθε $x \in \mathcal{R}$
- $\int_{f(0)}^{f(1)-1} f(x) dx = 0$, για κάθε $x \in \mathcal{R}$

Δ1. Δείξτε ότι $f(0)=1$.

Μονάδες 6

Δ2. Δείξτε ότι $f(1)=2$.

Μονάδες 7

Δ3. Δείξτε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 6

Δ4. Δείξτε ότι $\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f^{-1}(x)dx = 2$.

Μονάδες 6

Καλή επιτυχία!!!