



Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α
Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

<http://www.floropoulos.gr> - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 12 Οκτωβρίου 2024

ΘΕΜΑ Α

A1) Ορισμός, σχολικό βιβλίο σελίδα 32

A2) Ορισμός, σχολικό βιβλίο σελίδα 36

A3) α) τίποτα απ' τα 2

β) περιττή

γ) τίποτα απ' τα 2

δ) περιττή

ε) άρτια

A4) α) Σωστό

β) Σωστό

γ) Λάθος

δ) Σωστό

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1) $D_f = \mathbb{R}$

B2) $\Sigma. T = (-\infty, 1]$

B3) → Σημεία τομής της C_f με τον άξονα γ'γ: Το $O(0, 0)$

→ Σημεία τομής της C_f με τον χ'χ: Τα $(-4, 0)$, $(0, 0)$ και $(4, 0)$

B4) Θέλουμε να λυθεί η ανίσωση $f(x) > 0$.

$x \in (-4, 0) \cup (0, 4)$

! Θυμηθείτε ότι τα διαστήματα είναι ανοιχτά γιατί ΔΕΝ συμπεριλαμβάνουμε τις ρίζες της f.

B5) f γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, -2]$ και στο $[0, 2]$

f γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-2, 0]$ και στο $[2, +\infty)$

B6) • Η f δεν έχει ελάχιστο.

• Η f έχει μέγιστο το 1, στις θέσεις : $x = -2$ και $x = 2$.

Άρα $f(-2) = 1 = f(2)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) α) Δίνεται το γραμμικό σύστημα
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Για να δούμε αν το ζεύγος $(0, 4)$ αποτελεί λύση του παραπάνω συστήματος αντικαθιστούμε τις συντεταγμένες του σημείου στο σύστημα:

$$\begin{cases} 3 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8 \\ 2 \cdot 0 - 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 8 \\ -4 = 3 \end{cases} \rightarrow \text{άτοπο}$$

Άρα το ζεύγος $(0, 4)$ δεν αποτελεί λύση του συστήματος.

β) Λύνουμε το σύστημα
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 & 1) \\ 2x - y = 3 & 2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{επί } 1 \\ \text{επί } 2 \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \\ (+) \end{array}$$

$$\frac{7x = 14}{\Leftrightarrow x = 2}$$

Αντικαθιστώ το $x = 2$ στην εξίσωση 2) κι έχω:

$$2 \cdot 2 - y = 3 \Leftrightarrow 4 - y = 3 \Leftrightarrow y = 1$$

Άρα το σύστημα έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(2, 1)$

γ) Αφού το σύστημα έχει μοναδική λύση, οι δυο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν 1 κοινό σημείο. Τι σημείο τομής τους είναι το $K(2, 1)$.

Γ2) Έχουμε το σύστημα

$$\begin{cases} \frac{x+3}{5} + \frac{2y-6}{3} = -1 & 1) \\ \frac{5x-1}{3} + \frac{y+4}{2} = 5 & 2) \end{cases}$$

Φέρνουμε την εξίσωση 1 σε γραμμική μορφή, πολλαπλασιάζοντας με το ΕΚΠ $(5, 3) = 15$:

$$15 \frac{x+3}{5} + 15 \frac{2y-6}{3} = 15 \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot (x+3) + 5(2y-6) = -15$$

$$\Leftrightarrow 3x + 9 + 10y - 30 = -15$$

$$\Leftrightarrow 3x + 10y - 21 = -15$$

$$\Leftrightarrow \boxed{3x + 10y = 6} \quad (1)$$

Φέρνουμε την εξίσωση 2 σε γραμμική μορφή πολλαπλασιάζοντας με το ΕΚΠ (3, 2)=6:

$$6 \cdot \frac{5x+1}{3} + 6 \cdot \frac{y+4}{2} = 5 \cdot 6$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (5x - 1) + 3(y + 4) = 30$$

$$\Leftrightarrow 10x - 2 + 3y + 12 = 30$$

$$\Leftrightarrow 10x + 3y + 10 = 30$$

$$\Leftrightarrow \boxed{10x + 3y = 20} \quad (2)$$

Λύνουμε το ισοδύναμο σύστημα:

Α' τρόπος Αντικατάστασης:

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} 3x + 10y = 6 \\ 10x + 3y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -10y + 6 \\ 10x + 3y = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3}y + 2 \\ 10x + 3y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3}y + 2 \\ 10 \cdot \left(-\frac{10}{3}y + 2\right) + 3y = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3}y + 2 \\ -\frac{100}{3}y + 20 + 3y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3}y + 2 \\ -\frac{100}{3}y + \frac{9}{3}y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3}y + 2 \\ -\frac{91}{3}y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3} \cdot y + 2 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Β' τρόπος: με αντίθετους συντελεστές

$$\begin{matrix} (1) \text{ επί } (-10) \\ (2) \text{ επί } 3 \end{matrix} \begin{cases} 3x + 10y = 6 \\ 10x + 3y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \\ (+) \end{matrix} \begin{cases} -30x - 100y = -60 \\ 30x + 9y = 60 \end{cases}$$

$$\hline -91y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{y=0}$$

$$1 \stackrel{y=0}{\Leftrightarrow} 3x + 10 \cdot 0 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Άρα το αρχικό σύστημα έχει μοναδική λύση το ζεύγος (2, 0).

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) • $A(1, 2) \in Cf \Leftrightarrow f(1)=2$

• $B(-2, 3) \in Cf \Leftrightarrow f(-2)=3$

Για τα σημεία A, B έχω:

$$1 > -2$$

$$f(1) < f(-2)$$

Η φορά άλλαξε άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο IR.

Δ2) f γνησίως φθίνουσα στο IR $\Leftrightarrow$ η φορά των ανισώσεων θα αλλάξει.

α) $f(x^2+x-4) > f(-2)$

$$\stackrel{f \text{ γν. φθ}}{\Leftrightarrow} x^2 + x - 4 < -2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 0$$

$$\alpha=1, \beta=1, \gamma=-2$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0$$

Άρα 2 ρίζες άνισες x_1, x_2 :

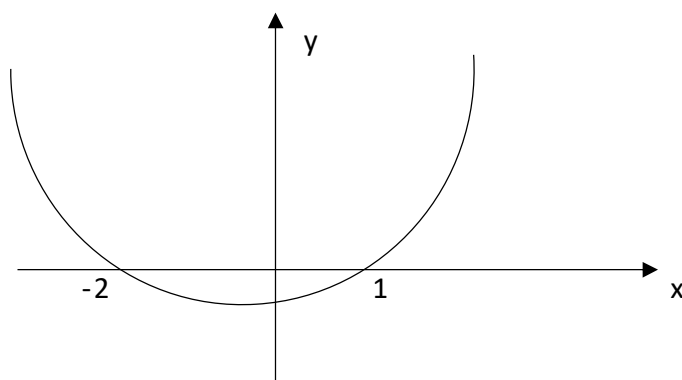
$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
x^2+x-2		+	-	+
$\alpha > 0$				

$$\text{Άρα } x \in (-2, 1)$$

Δηλαδή



$$\beta) f(|x+1|-3) \leq 2$$

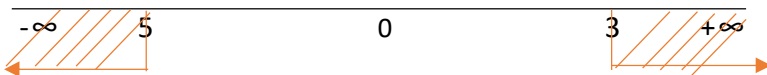
$$\Leftrightarrow f(|x+1|-3) \leq f(1)$$

$$\stackrel{f \gamma v. \varphi \theta}{\Leftrightarrow} |x+1|-3 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow |x+1| \geq 4$$

$$\overline{x+1 \geq 4 \quad \text{ή} \quad x+1 \leq -4}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 3 \quad \text{ή} \quad x \leq -5$$



$$\Delta 3) f \text{ περιττή: } f(x) = -f(x)$$

$$\rightarrow f(0)=0 \text{ από πρόταση: «Αν } f \text{ περιττή και } 0 \in Df \text{ τότε } f(0)=0\text{»}$$

Εναλλακτικά:

$$f(-0) = -f(0) \Leftrightarrow f(0) = -f(0) \Leftrightarrow 2f(0) = 0$$

$$\text{άρα } f(0) = 0$$

$$\rightarrow f(-1) = -f(1) \text{ αφού } f \text{ περιττή.}$$

$$\Leftrightarrow f(-1) = -2$$

$$\rightarrow f(2) = -f(-2)$$

$$\Leftrightarrow f(2) = -3$$