

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

30
ΧΡΟΝΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ

<http://www.floropoulos.gr> - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(30 - 11 - 2024)

Θέμα Α

- A1. β
A2. δ
A3. α
A4. γ
A5. (α) Σ (β) Λ (γ) Λ (δ) Λ (ε) Σ

Θέμα Β

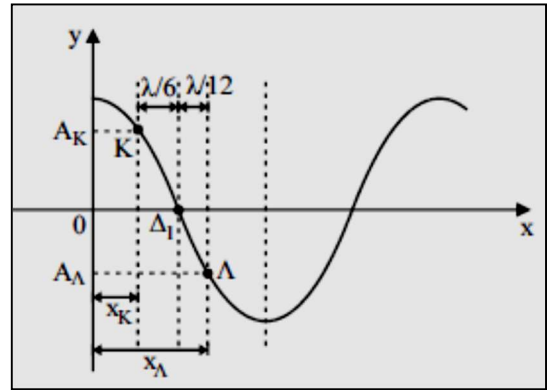
B1. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Η θέση του σημείου Κ από τη θέση $x = 0$ είναι $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$ οπότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του θα δίνεται από τη σχέση:

$$u_K = \omega 2A \left| \sin \frac{2\pi x_K}{\lambda} \right| \rightarrow$$

$$u_K = 2\omega A \left| \sin \frac{2\pi \frac{\lambda}{12}}{\lambda} \right| = 2\omega A \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| \rightarrow$$

$$u_K = 2\omega A \frac{\sqrt{3}}{2} = \omega A \sqrt{3}$$



Η θέση του σημείου Λ από τη θέση $x = 0$ είναι $x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$ οπότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του θα δίνεται από τη σχέση:

$$u_\Lambda = \omega 2A \left| \sin \frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda} \right| = 2\omega A \left| \sin \frac{2\pi \frac{\lambda}{3}}{\lambda} \right| = 2\omega A \left| \sin \frac{2\pi}{3} \right| \rightarrow u_\Lambda = 2\omega A \frac{1}{2} = \omega A.$$

$$\text{Άρα } \frac{u_K}{u_\Lambda} = \frac{\omega A \sqrt{3}}{\omega A} \rightarrow \frac{u_K}{u_\Lambda} = \sqrt{3}$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (i)

$$\text{Για το σημείο } (\Sigma) \text{ ισχύει: } |r_1 - r_2| = |ut_1 - ut_2| = |u(t_1 - t_2)| = \left| \frac{\lambda}{T} 3T \right| \rightarrow |r_1 - r_2| = 3\lambda.$$

Άρα στο σημείο (Σ) έχουμε ενισχυτική συμβολή οπότε πλάτος του μετά τη συμβολή των κυμάτων ισούται με: $A_\Sigma = 2A$.

Στο σημείο Μ που βρίσκεται στο μέσο της απόστασης των πηγών Π₁ και Π₂ θα έχουμε ενισχυτική συμβολή άρα $A_M = 2A$.

Επειδή οι φελλοί έχουν την ίδια μάζα και ταλαντώνονται με την ίδια κυκλική συχνότητα ω για τις ενέργειες ταλάντωσης τους θα ισχύει:

$$\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{\frac{1}{2} D_\Sigma A_\Sigma^2}{\frac{1}{2} D_M A_M^2} = \frac{m\omega^2 4A^2}{m\omega^2 4A^2} \rightarrow \frac{E_\Sigma}{E_M} = 1.$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η (ii)

Όταν στο σημείο Σ τα δύο κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά ισχύει:

$$\Pi_B \Sigma - \Pi_A \Sigma = N\lambda \quad (1)$$

Όταν στο σημείο Σ παρατηρείται για πρώτη φορά αποσβεστική συμβολή ισχύει:

$$\Pi\beta'\Sigma - \Pi\alpha\Sigma = (2N' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (2) και (1) παίρνουμε:

$$\Pi\beta'\Sigma - \Pi\alpha\Sigma - \Pi\beta\Sigma + \Pi\alpha\Sigma = (2N' + 1) \frac{\lambda}{2} - N\lambda \xrightarrow{N=N'} 2\chi_2 - 2\chi_1 = \frac{\lambda}{2} \rightarrow$$

$$2(\chi_2 - \chi_1) = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 2(\chi_1 + 4\text{cm} - \chi_1) = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 8\text{cm} = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}.$$

Θέμα Γ

Γ1) Από το διάγραμμα που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

$A_M = 0,3 \text{ m} = 2A$ άρα το σημείο Μ είναι κοιλία του στάσιμου κύματος.

$$T = 0,2 \text{ s} \rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$v_\delta = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{v_\delta}{f} = \frac{2 \text{ m/s}}{5 \text{ Hz}} \rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}.$$

Γ2) $y = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \rightarrow y = 0,3 \sin(5\pi x) \eta\mu(10\pi t)$ (y, x σε m , t σε s)

Γ3) Επειδή η χορδή έχει το ένα άκρο της ελεύθερο (κοιλία) και το άλλο στερεωμένο ακλόνητα (δεσμός), το μήκος της χορδής θα είναι:

$$L = \frac{\lambda}{4} + N \frac{\lambda}{2} \rightarrow L = (2N + 1) \frac{\lambda}{4}, \text{ όπου } N = 0, 1, 2, 3 \dots\dots$$

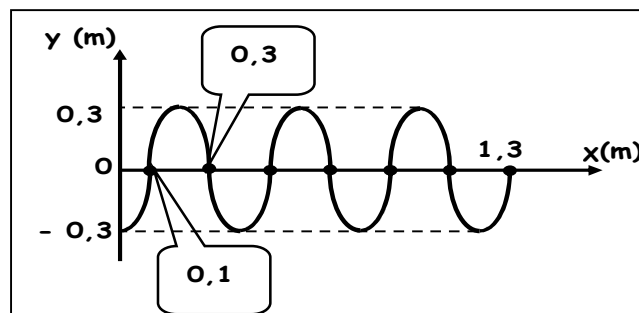
$$\text{Όμως } N = 6 \text{ άρα } L = (12 + 1) 0,1 \rightarrow L = 1,3 \text{ m}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \text{ s}$ η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 0,3 \sin(5\pi x) \eta\mu(1,5\pi) = 0,3 \sin(5\pi x) \eta\mu \frac{3\pi}{2} = -0,3 \sin(5\pi x) \text{ (} x \text{ σε m)}.$$

Για $x = 0$, $y_{\text{πηγής}} = -0,3 \text{ m}$.

Το ζητούμενο στιγμιότυπο φαίνεται στο σχήμα.



Γ4) Επειδή μεταξύ του σημείου Μ και της αρχής Ο ($x = 0$) υπάρχουν τρεις δεσμοί, το σημείο Μ θα είναι η 4^η κοιλία του στάσιμου κύματος ($N = 3$), οπότε η θέση x_M του σημείου Μ στον άξονα ΟΧ υπολογίζεται ως εξής:

$$x_M = N \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N=3} x_M = 3 \cdot 0,2 = 0,6 \text{ m.}$$

Γ5) α. Επειδή μεταξύ του σημείου Μ και της αρχής Ο ($x = 0$) υπάρχουν έξι δεσμοί, το σημείο Μ θα είναι η 7^η κοιλία του στάσιμου κύματος ($N = 6$), οπότε θα ισχύει:

$$x_M = N \frac{\lambda_1}{2} \xrightarrow{\lambda_1 = \frac{v_\delta}{f_1}} x_M = N \frac{v_\delta}{2f_1} \rightarrow f_1 = N \frac{v_\delta}{2x_M} \xrightarrow{N=6} f_1 = 10 \text{ Hz.}$$

β. Το πλήθος των δεσμών του στάσιμου κύματος από την αρχή μέτρησης των αποστάσεων έως και τη θέση 1,3 m όπου βρίσκεται το ακλόνητα στερεωμένο άκρο της χορδής προσδιορίζεται ως εξής:

$$0 < (2k + 1) \frac{\lambda_1}{4} \leq 1,3 \xrightarrow{\lambda_1 = \frac{v_\delta}{f_1}} 0 < (2k + 1) \frac{v_\delta}{f_1} \leq 5,2 \rightarrow 0 < (2k + 1) \frac{2}{10} \leq 5,2 \rightarrow$$

$$0 < 2k + 1 \leq 26 \rightarrow -1 < 2k \leq 25 \rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq 12,5$$

Όμως το k είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι οι ακέραιες τιμές από 0 έως 12 οπότε στη χορδή **υπάρχουν 13 δεσμοί**.

Θέμα Δ

Δ1) Από το σχήμα φαίνεται ότι η φάση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου διάδοσης του κύματος μειώνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Αυτό σημαίνει ότι το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, επομένως, η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Η εξίσωση φάσης για αυτό το κύμα δίνεται από τον τύπο: $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 0$ και $t = 4 \text{ s}$: $\varphi = 4\pi \text{ rad}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$$4\pi = 2\pi \frac{4}{T} \rightarrow T = 2 \text{ s και } \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s.}$$

Η εξίσωση φάσης παίρνει τη μορφή: $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{\lambda} \right)$ (SI)

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 2 \text{ m}$ και $t = 4 \text{ s}$: $\varphi = 0 \text{ rad}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$$0 = 2\pi \frac{4}{T} - 2\pi \frac{2}{\lambda} \rightarrow \frac{2}{\lambda} = \frac{4}{2} \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}.$$

Τελικά, η εξίσωση του κύματος παίρνει τη μορφή: $y = 0,2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{2} - x \right)$ (S.I.)

Δ2) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου υπολογίζεται από τον τύπο: $u_{\max} = \omega A \rightarrow u_{\max} = 0,2\pi \text{ m/s}$.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση της ταχύτητας, έχουμε:

$$v = 0,2\pi \sin 2\pi \left(\frac{t}{2} - x \right) \text{ (S.I.)}$$

Δ3) Για να βρούμε τις χρονικές στιγμές t_K και t_Λ στις οποίες τα σημεία K και Λ ξεκινούν την ταλάντωση τους μηδενίζουμε τη φάση της ταλάντωσης τους, δηλαδή:

$$\varphi_K = 2\pi \left(\frac{t_K}{2} - x_K \right) = 0 \rightarrow \frac{t_K}{2} - 1 = 0 \rightarrow t_K = 2 \text{ s}.$$

$$\varphi_\Lambda = 2\pi \left(\frac{t_\Lambda}{2} - x_\Lambda \right) = 0 \rightarrow \frac{t_\Lambda}{2} - 1,5 = 0 \rightarrow t_\Lambda = 3 \text{ s}.$$

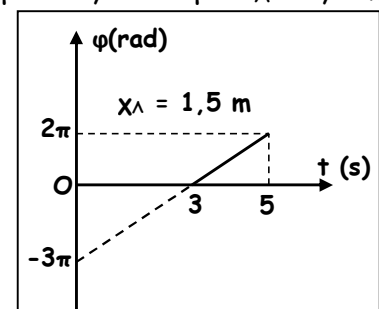
Δ4) Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων K και Λ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi \left(\frac{t}{2} - 1 \right) - 2\pi \left(\frac{t}{2} - 1,5 \right) = \pi t - 2\pi - \pi t + 3\pi \rightarrow \Delta\varphi = \pi \text{ rad}$$

Δ5) Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης $\varphi = f(t)$ για το σημείο Λ, θέτουμε $x_\Lambda = 1,5 \text{ m}$ στην εξίσωση της φάσης:

$$\varphi_\Lambda = 2\pi \left(\frac{t}{2} - x_\Lambda \right) = \pi t - 3\pi \text{ (S. I.) με } t \geq 3 \text{ s}.$$

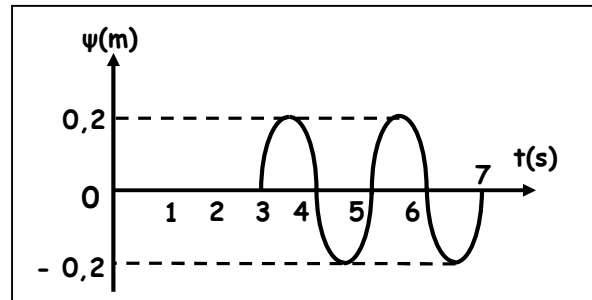
Η εξίσωση που προκύπτει είναι πρώτου βαθμού ως προς t , η γραφική παράσταση της οποίας φαίνεται στο σχήμα.



Δ6) Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης $\psi = f(t)$ για το σημείο Λ, θέτουμε $x_\Lambda = 1,5 \text{ m}$ στην εξίσωση του κύματος:

$$\psi_\Lambda = 0,2 \text{ ημ}2\pi\left(\frac{t}{2} - x_\Lambda\right) = 0,2 \text{ ημ}(\pi t - 3\pi) \text{ (S. I.)}$$

Η εξίσωση που προκύπτει είναι αρμονική συνάρτηση από τη στιγμή $t = 3 \text{ s}$ και έπειτα. Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα:



Δ7) Για την εύρεση της φοράς κίνησης του σημείου Λ θέτουμε $x = x_\Lambda = 1,5 \text{ m}$ και $t = 4 \text{ s}$ στην εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου:

$$V_\Lambda = 0,2\pi \text{ συν}2\pi\left(\frac{t}{2} - x\right) = 0,2\pi \text{ συν}(4\pi - 3\pi) = 0,2\pi \text{ συν}\pi = -0,2\pi \text{ m/s.}$$

Το αρνητικό πρόσημο της ταχύτητας δηλώνει ότι το συγκεκριμένο σημείο κινείται προς τα αρνητικά, δηλαδή προς τα κάτω.

Δ8) Τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$ το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

$$x_2 = u t_2 = \lambda f t_2 = 1 \frac{1}{2} 8 = 4 \text{ m από την πηγή.}$$

Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

$$y = 0,2 \text{ ημ}2\pi\left(\frac{t_2}{2} - x\right) = 0,2 \text{ ημ}(8\pi - 2\pi x) \text{ με } x \leq 4 \text{ m}$$

Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει $x_2 = 4 \text{ m}$ από την πηγή, την χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

$$\text{Για } x = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad y = 0 \text{ m}$$

$$\text{για } x = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m} \quad \rightarrow \quad y = -0,2 \text{ m}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$ είναι:

