



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr



• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 23 Νοεμβρίου 2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και ισχύει

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Μονάδες 5

A2. Πότε μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[α, β]$ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να διατυπώσετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**:

α) Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$$

β) Αν μία συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 τότε δεν μπορεί να 'ναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

γ) $(\sigma\phi x)' = \frac{1}{\eta\mu x}, x \in \mathbb{R} - \{x/\eta\mu x = 0\}$

δ) Αν $f(x)=\alpha^x, \alpha>0$ τότε ισχύει $(\alpha^x)'=x \cdot \alpha^{x-1}$

ε) $(\sigma\upsilon\nu x)'=\eta\mu x, x \in \mathbb{R}.$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2x^3}{1+x^2}$$

B1. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της f στο $x_0=1$.

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε την εφαπτομένη στην γραφική παράσταση της f στο σημείο της με τεταγμένη 1.

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$$

Μονάδες 6

B4. Να βρεθεί τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση η οποία είναι συνεχής και ισχύουν:

$$\blacksquare f(x) \neq 0, x \in \mathbb{R}$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x f(x) + \eta \mu 2x}{x} = 3$$

Γ1. Να δείξετε ότι $f(0)=1$.

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι η Cf είναι πάνω από τον άξονα xx' .

Μονάδες 6

Αν επιπλέον η f είναι γνησίως φθίνουσα και $f(\mathbb{R})=(0, +\infty)$ τότε.

Μονάδες 6

Γ3. Να δείξετε ότι η Cf τέμνει την ευθεία $\varepsilon: y=x$ σε ένα ακριβώς σημείο με τετμημένη $x_0 \in (0, 1)$

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot \eta \mu x)$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ και $g(x) = e^x + \lambda$.

Δ1. Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο $x_0=0$.

Μονάδες 6

Δ2. Να εξετάσετε αν η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0=0$.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εφαπτομένη της Cf στο $x_0=1$ εφάπτεται της Cg .

Δ4. Για $\lambda=-2$ να υπολογίσετε το $\int_0^1 g(x) dx$.

Μονάδες 6

Καλή επιτυχία!!!