


Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α
Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο
Α. Φλωρόπουλου
 για μαθητές με απαιτήσεις
 http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr
 • ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
19 - 10 - 2024

Θέμα Α

- Α1. δ
 Α2. β
 Α3. α
 Α4. β
 Α5. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Από το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο, που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

Η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι $T = \pi \text{ s}$, το πλάτος της τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $A_0 = 0,9\text{m}$, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1 = T = \pi \text{ s}$ είναι $A_1 = 0,6\text{m}$.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1 = 2T$, το πλάτος A_2 , θα είναι:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \rightarrow A_2 = \frac{A_1^2}{A_0} = \frac{0,6^2}{0,9} = \frac{0,36}{0,9} \rightarrow A_2 = 0,4\text{m}.$$

Άρα η απώλεια ενέργειας του ταλαντωτή στη διάρκεια της δεύτερης περιόδου της ταλάντωσής του δηλαδή από $\pi \text{ s}$ έως $2\pi \text{ s}$ είναι:

$$Q = \frac{1}{2} D A_1^2 - \frac{1}{2} D A_2^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 A_2^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 A_1^2 - \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 A_2^2 \rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2} 2 \cdot 4 \cdot 0,36 - \frac{1}{2} 2 \cdot 4 \cdot 0,16 = 4 \cdot 0,2 \rightarrow Q = 0,8 \text{ J}.$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Ο ταλαντωτής σε κάθε ταλάντωση περνάει από τη θέση ισορροπίας δύο φορές. Άρα όταν περάσει 80 φορές θα έχει κάνει 40 ταλαντώσεις.

Η συχνότητα ταλάντωσης δηλαδή η συχνότητα του διεγέρτη θα είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{40}{10\pi} = \frac{4}{\pi} \text{ Hz}.$$

Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{72}{0,5}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{144} \rightarrow f_0 = \frac{6}{\pi} \text{ Hz}.$$

Για να έρθει το σύστημα σε κατάσταση συντονισμού πρέπει η συχνότητα του διεγέρτη να γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος δηλαδή: $f' = f_0 = \frac{6}{\pi} \text{ Hz}$.

Το ποσοστό μεταβολής της συχνότητας του διεγέρτη θα είναι:

$$\frac{f' - f}{f} = \frac{\frac{6}{\pi} - \frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = \frac{\frac{2}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = \frac{1}{2} \text{ ή } 50\%$$

B3. Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η σταθερά επαναφοράς D του συστήματος είναι:

$$D = (m_A + m_B) \omega^2 \xrightarrow{m_B = 2 m_A} D = 3 m_A \omega^2$$

Η σταθερά επαναφοράς D_A του σώματος A είναι: D_A = m_A ω²

Άρα ο λόγος της σταθεράς επαναφοράς του συστήματος προς τη σταθερά επαναφοράς του σώματος A είναι:

$$\frac{D}{D_A} = \frac{3 m_A \omega^2}{m_A \omega^2} \rightarrow \frac{D}{D_A} = 3.$$

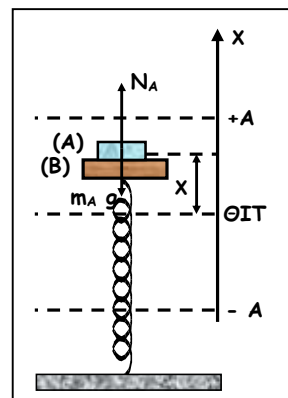
B. Σωστή απάντηση είναι το (γ).

Για τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα A θα ισχύει:

$$\begin{aligned}\Sigma F_A &= -D_A x \rightarrow N_A - w_A = -m_A \omega^2 x \rightarrow \\ N_A - m_A g &= -m_A \omega^2 x \rightarrow N_A = m_A g - m_A \omega^2 x \quad (1)\end{aligned}$$

Όταν το σώμα A χάνει την επαφή του με το σώμα B, η κάθετη δύναμη N_A που δέχεται από το σώμα B μηδενίζεται. Άρα:

$$(1) \xrightarrow{N_A = 0} m_A \cdot g = m_A \omega^2 x \rightarrow \omega^2 x = g \rightarrow x = \frac{g}{\omega^2}.$$



Θέμα Γ

Γ1. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο σημείων της χορδής που απέχουν $\Delta x = 1,5 \text{ m}$ δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \xrightarrow{\frac{\Delta \varphi = 3\pi \text{ rad}}{\Delta x = 1,5 \text{ m}}} 3\pi = 2\pi \frac{1,5}{\lambda} \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}.$$

Η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος είναι $u = 0,5 \text{ m/s}$ άρα:

$$u = \lambda f \rightarrow f = 0,5 \text{ Hz και } T = \frac{1}{f} = 2 \text{ s}.$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$u_{\max} = \omega A = 2\pi f A \rightarrow A = \frac{u_{\max}}{2\pi f} = \frac{0,1\pi}{2\pi \cdot 0,5} \rightarrow A = 0,1 \text{ m}.$$

Άρα η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$\psi = 0,1\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - x\right) = 0,1\eta\mu(\pi t - 2\pi x) \quad (\text{S.I.}).$$

Γ2. Η φάση του σημείου Π, που απέχει από την πηγή O απόσταση $x_{\Pi} = 2,5 \text{ m}$, τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ είναι:

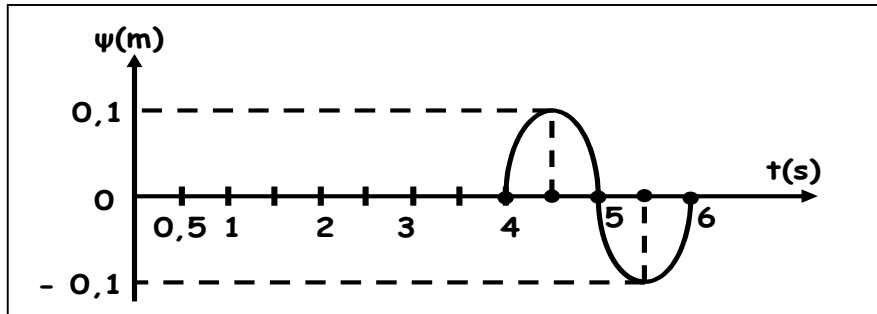
$$\varphi_{\Pi} = 2\pi\left(\frac{t}{2} - x_{\Pi}\right) = 2\pi\left(\frac{4}{2} - 2,5\right) = -\pi \text{ rad} < 0.$$

Άρα τη χρονική στιγμή 4 s η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σημείου Π θα είναι μηδέν αφού δεν έχει αρχίσει ακόμη να ταλαντώνεται.

Γ3. Το σημείο Μ θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή:

$$x_M = u t_M \rightarrow t_M = \frac{x_M}{u} = 4 \text{ s}$$

Το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου: $\psi_M = 0,1 \text{ ημ}2\pi\left(\frac{t}{2} - 2\right)$ με $t \geq 4 \text{ s}$ της ΑΑΤ που εκτελεί το σημείο Μ είναι:



Γ4. Τη χρονική στιγμή $t = 6,5 \text{ s}$ το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

$$x = u t = 3,25 \text{ m από την πηγή.}$$

Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

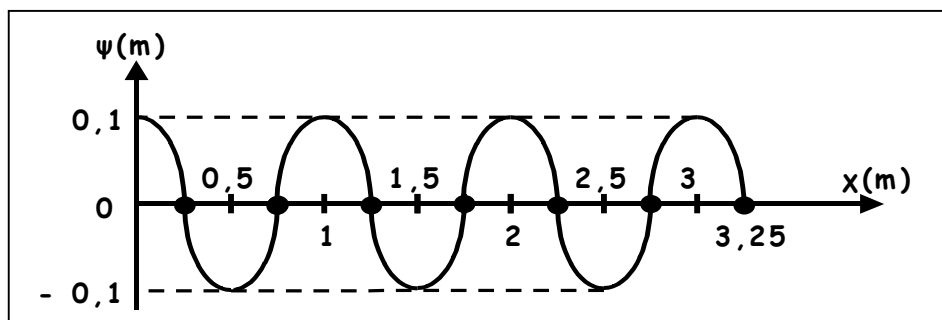
$$y = 0,1 \text{ ημ}2\pi(3,25 - x) = 0,1 \text{ ημ}(6,5\pi - 2\pi x) \text{ με } x \leq 3,25 \text{ m}$$

Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει $x = 3,25 \text{ m}$ από την πηγή, την χρονική στιγμή $t = 6,5 \text{ s}$.

$$\text{Για } x = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \psi = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{για } x = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \psi = 0 \text{ m}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 6,5 \text{ s}$ είναι:



Θέμα Δ

Δ1. Το σώμα Σ_1 κάνει ΑΑΤ με $D = k = M \rightarrow \omega_1^2 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}} = 5 \text{ rad/s}$, περίοδο $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$ και πλάτος $A_1 = d = \frac{\pi}{20} \text{ m}$ οπότε για να φθάσει από την θέση που αφήνεται ελεύθερο (ακραία θέση) στη θέση ισορροπίας του θα χρειασθεί χρόνο: $t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$.

Για να συναντηθούν τα δύο σώματα στην θέση ισορροπίας του Σ_1 θα πρέπει το Σ_2 κάνοντας ελεύθερη πτώση να διανύσει το ύψος h σε χρόνο t_1 . Άρα:

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{\pi^2}{100} \rightarrow h = 0,5 \text{ m}.$$

Δ2. Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως πριν την πλαστική κρούση στην θέση ισορροπίας του Σ_1 είναι ίσες με:

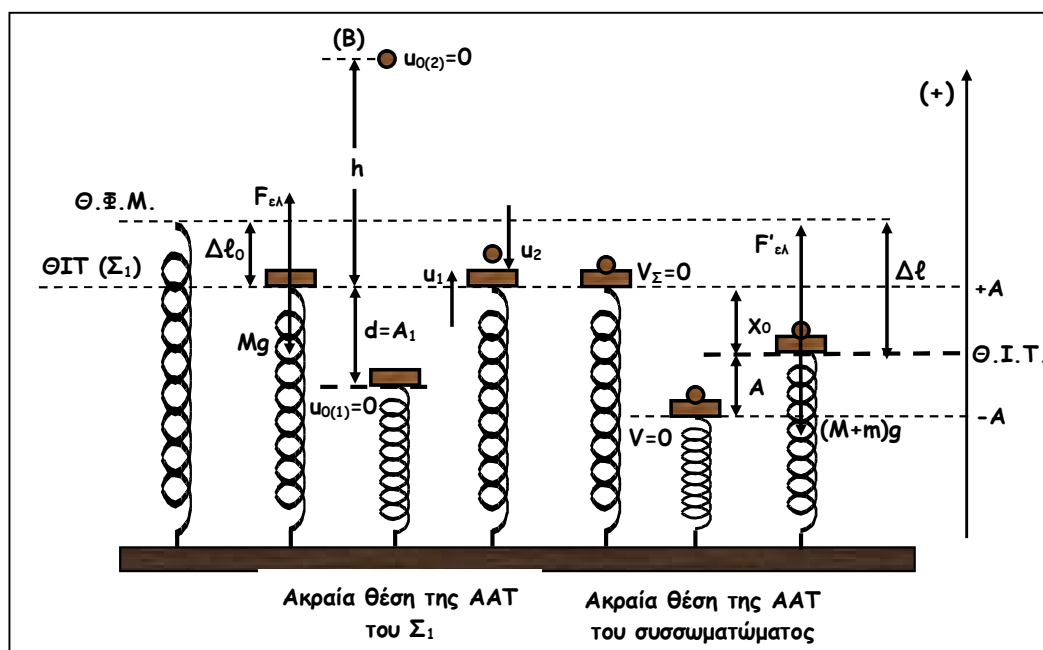
$$u_1 = u_{\max} = \omega_1 A_1 = 5 \cdot \frac{\pi}{20} \rightarrow u_1 = \frac{\pi}{4} \text{ m/s} \text{ και}$$

$$u_2 = g t_1 = 10 \cdot \frac{\pi}{10} \rightarrow u_2 = \pi \text{ m/s}.$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$\vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow M u_1 - m u_2 = (M + m) V_{\Sigma} \rightarrow 4 \cdot \frac{\pi}{4} - \pi = 5 V_{\Sigma} \rightarrow V_{\Sigma} = 0$$

άρα το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.



Δ3. Εφαρμόζουμε συνθήκες ισορροπίας στην θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του Σ_1 και στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του συσσωματώματος για να υπολογίσουμε την απόσταση χ ανάμεσα στις δύο θέσεις.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = Mg \rightarrow k \Delta\ell_0 = Mg \rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{Mg}{k} = 0,4 \text{ m}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = (M + m)g \rightarrow k \Delta\ell = (M + m)g \rightarrow 100\Delta\ell = 50 \rightarrow \Delta\ell = 0,5 \text{ m}$$

$$\chi_0 = \Delta\ell - \Delta\ell_0 \rightarrow \chi_0 = 0,1 \text{ m.}$$

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ με $D = k$ και πλάτος $A = \chi_0 = 0,1 \text{ m}$ γιατί η θέση κρούσης (ΘΙΤ Σ_1) είναι ακραία θέση της ΑΑΤ του συσσωματώματος αφού η ταχύτητα του αμέσως μετά την κρούση μηδενίζεται στιγμιαία.

Δ4. Τοποθετούμε το συσσωμάτωμα σε μια τυχαία θέση θετικής απομάκρυνσης χ . Οι δυνάμεις που ασκούνται είναι το βάρος, που είναι κατακόρυφο προς τα κάτω (άρα έχει αρνητική αλγεβρική τιμή, γιατί θετική φορά είναι η προς τα πάνω) και η $F_{\varepsilon\lambda}$. Η συνισταμένη τους είναι η δύναμη επαναφοράς και θα ικανοποιεί τη Συνθήκη της απλής αρμονικής ταλάντωσης:

$$\Sigma F = -k\chi \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - (M + m)g = -k\chi \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (M + m)g - k\chi \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 50 - 100\chi \quad (\text{SI})$$

$$\text{Για } \chi = +A = 0,1 \text{ m είναι: } F_{\varepsilon\lambda}^{\min} = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

$$\text{Για } \chi = -A = -0,1 \text{ m είναι: } F_{\varepsilon\lambda}^{\max} = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$