

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
 για μαθητές με απαιτήσεις

30
 ΧΡΟΝΙΑ ΑΕΤΙΟΤΗΤΑΣ

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
 • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ
 ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
 15 - 07 - 2024**

Θέμα Α

- A1. α
 A2. β
 A3. δ
 A4. δ
 A5. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

Θέμα Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης παρατηρούμε ότι οι ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος. Επίσης, αν συγκρίνουμε τη μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης της κάθε ταλάντωσης χωριστά, θα έχουμε:

$$a_{\max 1} > a_{\max 2} \rightarrow \omega_1^2 A > \omega_2^2 A \rightarrow \omega_1 > \omega_2 \rightarrow \frac{2\pi}{T_1} > \frac{2\pi}{T_2} \rightarrow T_1 < T_2.$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Όταν η κινητική ενέργεια είναι το 50% της ολικής του ενέργειας το υπόλοιπο 50% θα είναι η δυναμική άρα θα ισχύει $K = U = \frac{E_{ολ}}{2}$.

Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ: $K + U = E_{ολ} \xrightarrow{K=U} 2U = E_{ολ} \rightarrow$

$$2 \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A^2 \rightarrow x^2 = \frac{A^2}{2} \rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}.$$

Επειδή η δύναμη επαναφοράς έχει θετική τιμή η απομάκρυνση θα είναι αρνητική άρα:

$$x = -\frac{A\sqrt{2}}{2}.$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Η σταθερά επαναφοράς και η μάζα συνδέονται με τη σχέση $D = m \omega^2$.

Με αντικατάσταση βρίσκουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m}}{4 \text{ Kg}}} \rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}.$$

Από τη σχέση περιόδου - γωνιακής συχνότητας παίρνουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} \text{ s} \rightarrow T = 0,4\pi \text{ s}.$$

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών διαβάσεων από τη θέση ισορροπίας είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0,2\pi \text{ s}.$$

Θέμα Γ

Γ1) Η σχέση της επιτάχυνσης με την απομάκρυνση στην ΑΑΤ είναι $a = -\omega^2 x$. Μας δίνεται ότι $a = -16x$ (SI) άρα $\omega^2 = 16 \rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}$ και $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \text{ s}$.

Από τα δεδομένα παίρνουμε ότι για $t = 0$, $x = +A$ και $u = 0$. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t = 0$ και $x = A$ έχουμε:

$$A = A \eta \mu(\omega_0 + \varphi_0) \rightarrow A = A \eta \mu \varphi_0 \rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1 \text{ με } 0 \leq \varphi_0 < 2\pi \text{ rad άρα } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

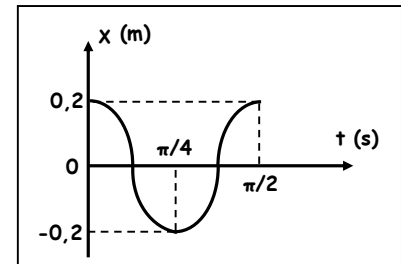
$$D = m\omega^2 \rightarrow D = 16 \text{ N/m.}$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{D}} = \sqrt{\frac{0,64}{16}} = \sqrt{0,04} \rightarrow A = 0,2 \text{ m.}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$x = 0,2 \eta \mu(4t + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{SI})$$



Γ2) Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (Α.Δ.Ε.Τ) έχουμε ότι:

$$K + U = E_{\text{ολ}} \xrightarrow{K=3U} 3U + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow 4 \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow 4x^2 = A^2 \rightarrow$$

$$x^2 = \frac{A^2}{4} \rightarrow x = \pm \frac{A}{2} = \pm 0,1 \text{ m.}$$

Άρα θέση που γίνεται $K = 3U$ για δεύτερη φορά είναι $x = -0,1 \text{ m}$ και

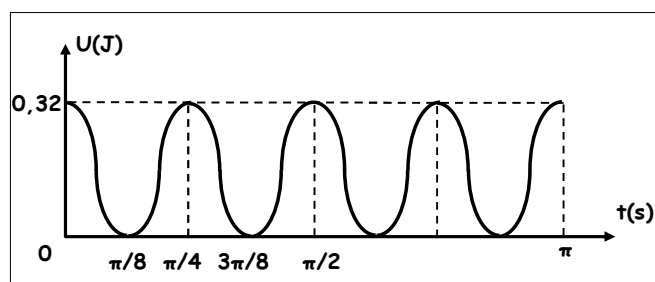
$$\text{η ταχύτητα: } K = 3U \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 3 \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow v^2 = 3 \cdot 16 \cdot \frac{1}{100} \rightarrow v = -0,4 \sqrt{3} \text{ m/s.}$$

Γ3) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος όταν περνάει από τη θέση $x = -0,1 \text{ m}$ για δεύτερη φορά θα είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F v = -k x v = -16 (-0,1) 0,4 \sqrt{3} \rightarrow \frac{dK}{dt} = 0,64 \sqrt{3} \text{ J/s}$$

Γ4) Η σχέση της δυναμικής ενέργειας ως προς το χρόνο είναι:

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 16 [0,2 \eta \mu(4t + \frac{\pi}{2})]^2 \rightarrow U = 0,32 \eta \mu^2(4t + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{SI})$$



Θέμα Δ

Δ1. Η εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο είναι: $u = u_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$

Επειδή ο ταλαντωτής στη διάρκεια μιας ταλάντωσης περνάει δύο φορές από τη ΘΙΤ, όταν περάσει 8 φορές από τη ΘΙΤ θα έχει κάνει 4 ταλαντώσεις άρα η συχνότητα του θα είναι: $f = \frac{N}{t} = \frac{4}{\pi s} \rightarrow f = \frac{4}{\pi} \text{ Hz}$ και η κυκλική του συχνότητα:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{4}{\pi} \rightarrow \omega = 8 \text{ rad/s.}$$

Η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντωτή είναι: $u_{\max} = \omega A = 2 \text{ m/s}.$

Θέτουμε στην εξίσωση της δύναμης επαναφοράς $t = 0$ και $F_{\varepsilon\pi} = -F_{\max}$. Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$F_{\varepsilon\pi} = -F_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0) \rightarrow -F_{\max} = -F_{\max} \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \sin\varphi_0 = 1 = \sin\frac{\pi}{2}$$

Επειδή $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$ θα είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$u = 2 \sin\left(8t + \frac{\pi}{2}\right) = \text{(S.I.)}$$

Δ2. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$ η απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙΤ είναι:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,25 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,25 \sin\frac{2\pi}{3} = 0,25 \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{8} \text{ m.}$$

Άρα η δυναμική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$ είναι:

$$U = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} \cdot 64 \cdot \frac{3}{64} \rightarrow U = 1,5 \text{ J.}$$

Δ3. Η μεταβολή της ορμής του σώματος από την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{12}$ έως την χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T}{6}$ είναι: $\Delta p = p_2 - p_1 = m u_2 - m u_1$

$$\text{Για } t_1 = \frac{T}{12}: u_1 = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\frac{2\pi}{3} = 2 \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ m/s.}$$

$$\text{Για } t_2 = \frac{T}{6}: u_2 = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\pi = -2 \text{ m/s.}$$

Άρα $\Delta p = -2 - (-1) = -1 \text{ Kg m/s.}$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = - \frac{F_{\max}}{2} = - \frac{D A}{2} = - \frac{m \omega^2 A}{2} = - \frac{64 \frac{1}{4}}{2} \rightarrow \frac{dp}{dt} = - 8 \text{ N}.$$