

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις Α1-Α4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

Α1. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιστιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

- α) εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται,
- β) μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης,
- γ) έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $\text{kg} \cdot \text{s}$,
- δ) εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

Μονάδες 5

Α2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοι τους T_1 και T_2 διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο T που είναι ίση με

α) $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$

β) $T = \frac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}$

γ) $T = \frac{|T_1 - T_2|}{2}$

δ) $T = \frac{T_1T_2}{|T_2 - T_1|}$

Μονάδες 5

Α3. Εγκάρσια μηχανικά ονομάζονται τα κύματα

- α) στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- β) στα οποία σχηματίζονται πυκνώματα και αραιώματα
- γ) στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος
- δ) που διαδίδονται στα αέρια.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

A4. Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της σε σύμπτυξη. Όταν η αθλήτρια, κατά την περιστροφή της, απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, τότε

- α) η στροφορμή της μειώνεται
- β) η στροφορμή της αυξάνεται
- γ) η συχνότητα περιστροφής της αυξάνεται
- δ) η συχνότητα περιστροφής της μειώνεται.

Μονάδες 5

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.
- β) Η ταχύτητα ροής ενός ασυμπίεστου ιδανικού ρευστού κατά μήκος ενός σωλήνα που δεν έχει σταθερή διατομή, είναι μεγαλύτερη εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές.
- γ) Η ροή ενός ρευστού είναι στρωτή, όταν παρουσιάζει στροβίλους.
- δ) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.
- ε) Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.

Μονάδες 5

Θέμα Β

B1. Ένα μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, με εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1 = A_1 \eta\mu\omega t$ και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ και με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και E_2 , αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια ταλάντωσης E της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με:

i) $E = \frac{E_1 + E_2}{2}$

ii) $E = E_1 + E_2$

iii) $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

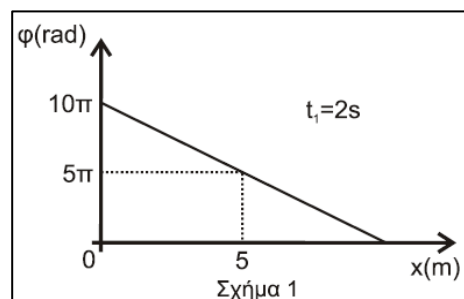
Μονάδες 2

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

B2. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$ προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα $x'Ox$ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Στο διάγραμμα του σχήματος 1 παριστάνεται η φάση των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόστασή τους x από την πηγή, τη χρονική στιγμή $t_1=2s$. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:



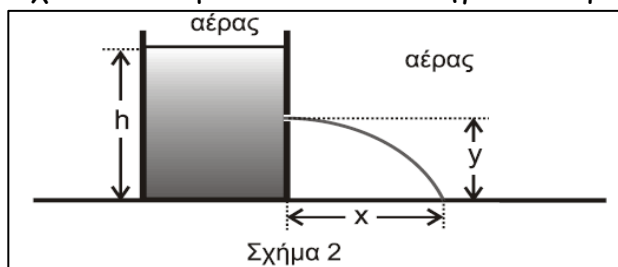
- i) $u = 0,8 \text{ m/s}$ ii) $u = 5 \text{ m/s}$ iii) $u = 12,5 \text{ m/s}$
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

B3. Δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει ένα ασυμπίεστο ιδανικό υγρό. Το ύψος του υγρού στο δοχείο είναι h , όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Στο δοχείο ανοίγουμε μικρή οπή στο πλευρικό του τοίχωμα, σε ύψος $y = \frac{h}{2}$ από τη βάση του. Η φλέβα που δημιουργείται, συναντά το έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του δοχείου. Η απόσταση x είναι ίση με :



- i) h ii) $h/2$ iii) $2h$
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

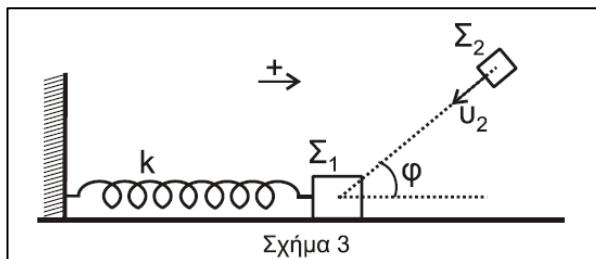
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

Θέμα Γ

Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A = 0,4 \text{ m}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το



σώμα Σ_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ Kg}$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $u_2 = 8 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $\sin\varphi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

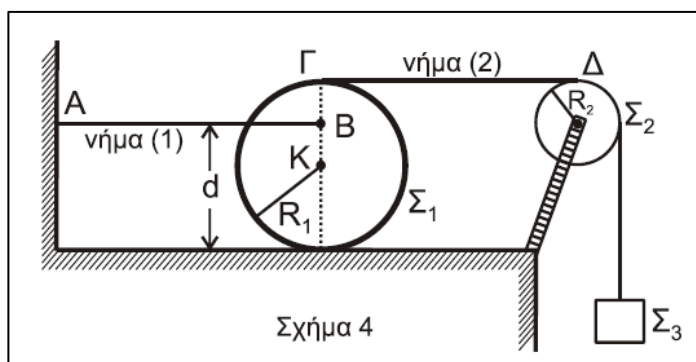
Να θεωρήσετε ότι:

- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 3.

Θέμα Δ

Ομογενής δίσκος Σ_1 έχει μάζα $M_1 = 8 \text{ Kg}$ και ακτίνα $R_1 = 0,2 \text{ m}$. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d = \frac{3}{2} R$

από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1). Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου Σ_1 είναι τυλιγμένο πολλές φο-



ρές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία Σ_2 , μάζας $M_2 = 2 \text{ Kg}$ και ακτίνας $R_2 = 0,1 \text{ m}$. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα Σ_3 , μάζας $M_3 = 1 \text{ Kg}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο Σ_1 .

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα Σ_3 κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία Σ_2 αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος Σ_1 αρχίζει να κυλίστα, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου Σ_1 .

Μονάδες 10

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας Σ_2 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ_3 για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Δίνονται:

- η ροπή αδρανείας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2$
- η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2$
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να θεωρήσετε ότι :

- η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο Σ_1 , όσο και με την τροχαλία Σ_2 , είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου, ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
- το σώμα Σ_3 έχει αμελητέες διαστάσεις.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1 → δ

A2 → β

A3 → γ

A4 → δ

A5. (α) Σ (β) Σ (γ) Λ (δ) Λ (ε) Σ

Θέμα Β

B1. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω και διαφορά φάσης

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad άρα το πλάτος A της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \frac{\pi}{2}} \xrightarrow{\cos \frac{\pi}{2} = 0} A^2 = A_1^2 + A_2^2 \quad (1)$$

Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2} D A^2 \xrightarrow{(1)} E = \frac{1}{2} D (A_1^2 + A_2^2) = \frac{1}{2} D A_1^2 + \frac{1}{2} D A_2^2 \rightarrow E = E_1 + E_2.$$

B2. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Η φάση του κύματος την χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Από το διάγραμμα $\varphi - x$ που μας δίνεται διαπιστώνουμε ότι για $x = 0$, $\varphi = 10\pi$ rad και για $x = 5$ m, $\varphi = 5\pi$ rad. Αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές

στη σχέση $\varphi = 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ παίρνουμε:

$$10\pi = 2\pi \frac{2}{T} \rightarrow T = 0,4 \text{ s} \quad \text{και} \quad 5\pi = 2\pi \left(\frac{2}{T} - \frac{5}{\lambda} \right) \rightarrow 2,5 = 5 - \frac{5}{\lambda} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m.}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής παίρνουμε:

$$u = \lambda f = \lambda \frac{1}{T} = 2 \frac{1}{0,4} \rightarrow u = 5 \text{ m/s.}$$

ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

B3. α) Σωστή απάντηση είναι η i.

β) Εφαρμόζουμε Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως την οπή και παίρνουμε:

$$p_{\text{atm}} + \rho gh + 0 = p_{\text{atm}} + \rho gy + \frac{1}{2} \rho u^2 \xrightarrow{y = \frac{h}{2}} \frac{1}{2} \rho u^2 = \rho gh - \rho g \frac{h}{2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 = \rho g \frac{h}{2} \rightarrow u = \sqrt{gh} \quad (1).$$

Στον κατακόρυφο άξονα y η φλέβα κάνει ελεύθερη πτώση άρα:

$$y = \frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (2)$$

Στον οριζόντιο άξονα x η φλέβα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u άρα:

$$x = u t \xrightarrow{(1), (2)} x = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{h}{g}} \rightarrow x = h.$$

Θέμα Γ

Γ1. Το σύστημα ελατηρίου - σώματος Σ_1 κάνει ΑΑΤ με $D = k = 100 \text{ N/m}$. Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης (ΑΔΕΤ):

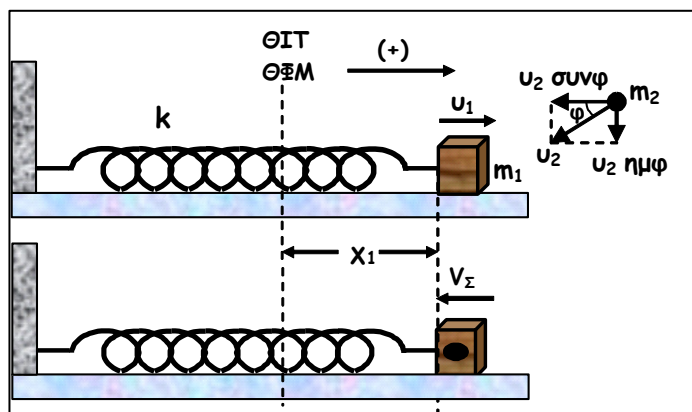
$$K_1 + U_1 = E_{\text{ολ}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} k A^2 \rightarrow$$

$$u_1^2 + 100 \frac{A^2 3}{4} = 100 A^2 \rightarrow$$

$$u_1^2 = \frac{1}{4} 100 A^2 \rightarrow$$

$$u_1^2 = 25 A^2 \rightarrow u_1 = 5 A = 2 \text{ m/s}.$$



Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στην διεύθυνση του ελατηρίου για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow m_1 u_1 - m_2 u_2 \sin \varphi = (m_1 + m_2) V_{\Sigma} \rightarrow$$

$$2 - 3 \cdot 8 \frac{1}{3} = 4 V_{\Sigma} \rightarrow V_{\Sigma} = - 1,5 \text{ m/s}.$$

ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική φορά, δηλαδή προς την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με $D = k = 100 \text{ N/m}$.

Επειδή η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν άλλαξε μετά την κρούση η απομάκρυνση του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$.

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ΑΑΤ του συσσωματώματος (ΑΔΕΤ):

$$K_{\Sigma} + U_{\Sigma} = E_{o\lambda} \rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{\Sigma}^2 + \frac{1}{2}k x_1^2 = \frac{1}{2}k A_{\Sigma}^2 \rightarrow 4 \frac{9}{4} + 100 \frac{A_{\Sigma}^2 3}{4} = 100 A_{\Sigma}^2 \rightarrow$$

$$9 + 100 \frac{0,163}{4} = 100 A_{\Sigma}^2 \rightarrow 9 + 12 = 100 A_{\Sigma}^2 \rightarrow A_{\Sigma} = \frac{\sqrt{21}}{10} \text{ m.}$$

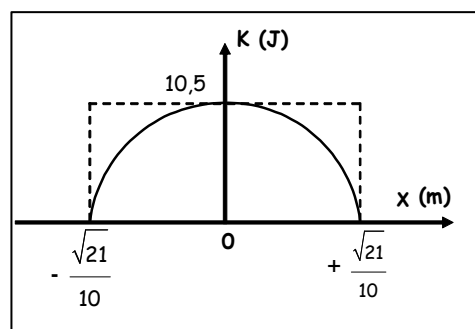
Γ3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης του συσσωματώματος παίρνουμε:

$$K + U = E_{o\lambda} \rightarrow K = E_{o\lambda} - U \rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2}k A_{\Sigma}^2 - \frac{1}{2}k x^2 \rightarrow K = \frac{1}{2} 100 \frac{21}{100} -$$

$$50x^2 \rightarrow$$

$$K = 10,5 - 50 x^2 \text{ (SI)}$$



Γ4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση είναι:

$$K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = 2 + 96 = 98 \text{ J.}$$

$$K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{\Sigma}^2 = 4,5 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

$$\frac{K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} - K_{\text{τελ}}^{\text{συστ}}}{K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}}} 100\% = \frac{98 - 4,5}{98} 100\% = \frac{93,5}{98} 100\% \approx \mathbf{95,41\%}$$

Θέμα Δ

Δ1. Το σύστημα ισορροπεί,
άρα:

$$(\Sigma_3): \Sigma F = 0 \rightarrow$$

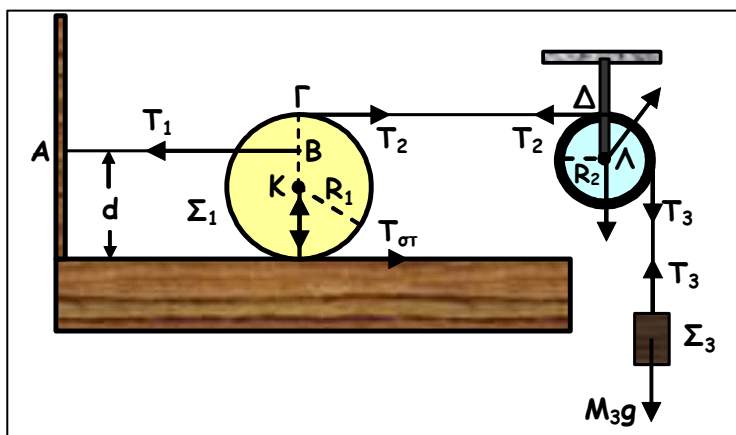
$$T_3 = M_3 g = 10 \text{ N}$$

$$\text{Τροχαλία: } \Sigma T_{(\Lambda)} = 0 \rightarrow$$

$$T_2 R_2 - T_3 R_2 = 0$$

$$\rightarrow$$

$$T_3 = T_2 = 10 \text{ N.}$$



$$(\Sigma_1): \text{Μεταφορική: } \Sigma F_x = 0 \rightarrow T_1 = T_2 + T_{\sigma} \rightarrow T_{\sigma} = T_1 - T_2 \quad (1)$$

$$\text{Περιστροφική: } \Sigma T_{(K)} = 0 \rightarrow T_1 (d - R_1) + T_{\sigma} R_1 - T_2 R_1 = 0 \rightarrow$$

$$T_1 \left(\frac{3}{2} R_1 - R_1 \right) + T_{\sigma} R_1 = T_2 R_1 \rightarrow T_1 \frac{1}{2} R_1 + T_{\sigma} R_1 = T_2 R_1 \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$

$$T_1 + 2(T_1 - T_2) = 2T_2 \rightarrow 3T_1 = 4T_2 \rightarrow T_1 = \frac{40}{3} \text{ N.}$$

Δ2. Το σώμα (Σ_3) κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα:

$$\Sigma \vec{F} = M_3 \vec{a}_{\text{cm}(3)} \rightarrow M_3 g - T_3' = M_3 a_{\text{cm}(3)} \quad (2)$$

Η τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma T_{(\Lambda)} = I_2 a_{v(2)} \rightarrow T_3' R_2 - T_2' R_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 a_{v(2)} \rightarrow T_3' - T_2' = \frac{1}{2} M_2 R_2 a_{v(2)} \quad (3)$$

Ο δίσκος Σ_1 εκτελεί σύνθετη κίνηση. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του έχουμε:

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

$$\sum \vec{F}_x = M_1 \vec{a}_{cm1} \rightarrow \rightarrow T_2' + T_{\sigma T}' = M_1 a_{cm1} \quad (4)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_1 a_{v(1)} \rightarrow T_2' R_1 - T_{\sigma\tau}' R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 a_{v(1)} \rightarrow T_2' - T_{\sigma\tau}' = \frac{1}{2} M_1 R_1 a_{v(1)} \quad (5)$$

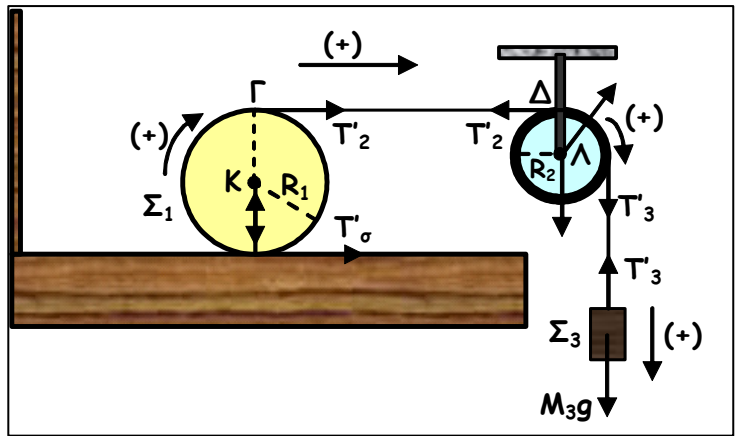
Επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $a_{cm(1)} = a_{\gamma(1)} R_1$ (6)

Η σχέση (5) λόγω της σχέσης (6) γίνεται: $T_2' - T_{στ}' = \frac{1}{2} M_1 a_{cm(1)}$ (7)

Προσθέτοντας τις (4) και (7) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2T_2' = \frac{3}{2} M_1 a_{cm(1)} \rightarrow$$

$$T_2' = \frac{3}{4} M_1 a_{cm(1)} \quad (8).$$



Επειδή το σχοινί είναι αβαρές, $M_{39} \nabla$
μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες της τροχαλίας και του δίσ-
κου ισχύει:

$$a_{cm(3)} = a_{y(2)} R_2 \quad (9) \quad \text{και}$$

$$a_{\Delta} = a_{\Gamma} \rightarrow a_{\gamma(2)} \quad R_2 = a_{\text{cm}(1)} + a_{\gamma(1)} \quad R_1 \xrightarrow{(6)} a_{\gamma(2)} \quad R_2 = 2a_{\text{cm}(1)} \xrightarrow{(9)}$$

$$a_{cm(3)} = 2a_{cm(1)} \quad (10)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3) και (8) λόγω της (9) και (10) παίρνουμε:

$$M_3 g - \cancel{X'_3} + \cancel{X'_3} - \cancel{X'_2} + \cancel{X'_2} = M_3 2 a_{cm(1)} + \frac{1}{2} M_2 2 a_{cm(1)} + \frac{3}{4} M_1 a_{cm(1)} \rightarrow$$

$$10 = (2 + 2 + 6) a_{\text{cm}(1)} \rightarrow a_{\text{cm}(1)} = 1 \text{ m/s}^2.$$

Δ3. Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας Σ_2 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ δίνεται από τη σχέση:

**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016**

$$L_2 = I_2 \omega_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 a_{v(2)} t_1 \xrightarrow{(9), (10)} L_2 = I_2 \omega_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \frac{2a_{cm(1)}}{R_2} t_1 \rightarrow$$

$$L_2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 0,1^2 \rightarrow L_2 = 0,2 \text{ Kg m}^2/\text{s}.$$

Δ4. Το σώμα Σ_3 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ έχει κατέβει κατακόρυφα κατά:

$$y_3 = \frac{1}{2} a_{cm(3)} t_1^2 \xrightarrow{(10)} y_3 = \frac{1}{2} 2 a_{cm(1)} t_1^2 = 1 \text{ m}.$$

Άρα η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ_3 είναι:

$$W_{M3g} = - \Delta U_{\beta ap} \rightarrow \Delta U_{\beta ap} = - M_3 g y_3 \rightarrow \Delta U_{\beta ap} = - 10 \text{ J}.$$

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΤΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

www.floropoulos.gr