

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 8 ΜΑΪΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι ισχύει $\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2$.

Μονάδες 9

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει $-1 \leq \sin \omega \leq 1$ για οποιαδήποτε γωνία ω

β) Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ είναι $T = \pi$

γ) Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \rho \chi\eta\mu\omega x$ με $\rho, \omega > 0$ είναι ρ

δ) Ισχύει η ισοδυναμία $\ln \theta = x \Leftrightarrow 10^x = \theta$

ε) Το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 10

A3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$. Να γράψετε:

α) την περίοδό της

β) τα διαστήματα μονοτονίας της

γ) το σύνολο τιμών της.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Έστω $P(x) = ax^3 + x^2 + 8a^2 - 4$ με $a \in \mathbb{R}^*$ ένα πολυώνυμο. Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3^{ου} βαθμού και έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

B1. Να αποδείξετε ότι $a = 1$.

Μονάδες 8

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > (x+2)(x+5)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \sin x (\epsilon\phi x + \sin x) + \eta\mu^2 x \text{ και } B = \epsilon\phi(\pi + x) \sigma\phi(-x) - \sin(\pi - x) \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \text{ με } x \neq \frac{\kappa\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}.$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu x + 1$.

Μονάδες 8

Γ2. Να αποδείξετε ότι $B = -\eta\mu^2 x$.

Μονάδες 8

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $3A-5=2B$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\ln(e^x-1)$ και $g(x)=2\ln x^2-\ln 12$.

Θεωρούμε την παράσταση $A=f(\ln 3)-g\sqrt{6}$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f, g .

Μονάδες 6

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση $f(x)>\ln(e-1)$.

Μονάδες 5

Δ3. Να αποδείξετε ότι $A = \ln \frac{2}{3}$.

Μονάδες 7

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(2x)=\ln(e^x+1)$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ