

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

30
ΣΧΟΛΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΙΑΣ

<http://www.floropoulos.gr> - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ)
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 27 Ιανουαρίου 2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολ. σελίδα 33

A2. Θεωρία σχολ. σελίδα 31

A3. Θεωρία σχολ. Σελίδα 25

A4. i. Σ

ii. Σ

iii. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Για κάθε $x_1, x_2 \in A$ με

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{2x_1 - 1}{x_1 - 2} = \frac{2x_2 - 1}{x_2 - 2} \Rightarrow$$

$$(2x_1 - 1) \cdot (x_2 - 2) = (2x_2 - 1) \cdot (x_1 - 2) \Rightarrow \dots x_1 = x_2$$

Άρα η f είναι 1-1

B2. Η f είναι 1-1 οπότε αντιστρέφεται

$$\text{Θέτουμε } y = f(x) \Rightarrow y = \frac{2x - 1}{x - 2} \Rightarrow \dots (y - 2)x = 2y - 1 \stackrel{y \neq 2}{\Rightarrow} x = \frac{2y - 1}{y - 2}$$

$$\text{Άρα } f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-2}, x \neq 2$$

$$\mathbf{B3.} \quad A_f = A_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\text{Για κάθε } x \in \mathbb{R} - \{2\}: f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\text{Άρα } f = f^{-1}.$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\mathbf{\Gamma1.} \quad A_f = (2, +\infty)$$

$$\mathbf{\Gamma2.} \quad A_f = A_g = (2, +\infty)$$

$$\text{Για κάθε } x \in (2, +\infty):$$

$$g(x) = \ln \frac{x-2}{e} = \ln(x-2) - \ln e = \ln(x-2) - 1 = f(x).$$

$$\text{Άρα } f = g.$$

$$\mathbf{\Gamma3.} \quad \text{Σημεία τομής με } x'x. \text{ Θέτουμε } y=0 \Rightarrow$$

$$\ln(x-2) - 1 = 0 \Rightarrow \ln(x-2) = \ln e \Rightarrow x = e + 2: (e + 2, 0)$$

$$\text{Σημείο τομής με } y'y. \text{ Θέτουμε } x=0 \text{ Αδύνατο γιατί το } 0 \notin A_f.$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\mathbf{\Delta1.} \quad A_{f \circ g} = \{x \in A_g / g(x) \in A_f\} = \{x \leq 1 \text{ και } \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 1]$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (\sqrt{1-x})^2 = 1-x$$

$$\mathbf{\Delta2.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ \text{και} \\ 1+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \end{array} \right\} A_h = [-1, 1] \neq A_{g \circ f} \text{ άρα } h \neq g \circ f$$

Δ3. Για κάθε $x_1, x_2 \in (-\infty, 1]$ με

$x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2 \Rightarrow 1 - x_1 > 1 - x_2 \Rightarrow \sqrt{1 - x_1} > \sqrt{1 - x_2} \Rightarrow g(x_1) > g(x_2)$ άρα η g είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$.

Δ4. Η g είναι γνησίως φθίνουσα άρα και "1-1" στο $(-\infty, 1]$ οπότε αντιστρέφεται.

Θέτουμε $y = g(x) \Rightarrow y = \sqrt{1 - x} \stackrel{y \geq 0}{\Rightarrow} y^2 = 1 - x \Rightarrow x = 1 - y^2 \Rightarrow f^{-1}(y) = 1 - y^2, y \geq 0$

Άρα $f^{-1}(x) = 1 - x^2, x \geq 0$.