

**ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ**  
**ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ**  
**Α. Φλωρόπουλου**  
για μαθητές με απαιτήσεις

30  
ΜΟΝΙΑ ΑΞΙΟΤΗΤΙΑΣ

<http://www.floropoulos.gr> - email: [info@floropoulos.gr](mailto:info@floropoulos.gr)

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42  
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**  
**ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**(10 - 02 - 2024)**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. β  
A2. δ  
A3. β  
A4. α  
A5. α. Λ            β. Σ            γ. Σ            δ. Λ            ε. Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. Σωστή απάντηση είναι η (α).**

Επειδή τα σώματα είναι όμοια θα έχουν και ίσες μάζες. Κάθε κρούση είναι κεντρική και ελαστική, επομένως:

**Κρούση 1<sup>η</sup>:** Τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες δηλαδή το  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται ενώ το  $\Sigma_2$  κατευθύνεται προς τον τοίχο με ταχύτητα  $u$ .

**Κρούση 2<sup>η</sup>:** Το σώμα  $\Sigma_2$  συγκρούεται ελαστικά με το τοίχωμα και ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου.

**Κρούση 3<sup>η</sup>:** Το σώμα  $\Sigma_2$  κατά την επιστροφή συγκρούεται με το ακίνητο  $\Sigma_1$  και ανταλλάσσει ταχύτητα με αυτό, έτσι το  $\Sigma_2$  ακινητοποιείται ενώ το  $\Sigma_1$  κινείται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που ξεκίνησε.

## B2. Σωστή είναι η απάντηση (β).

Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας  $m_2$  είναι ακίνητο πριν τη κρούση ( $u_2 = 0$ ), οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:  $u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$  και  $u_2' = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} u_1$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση αλλά με αντίθετες φορές. Όπως προκύπτει από τις πιο πάνω σχέσεις το σώμα  $\Sigma_2$  θα έχει ίδια φορά με αυτή που είχε το  $\Sigma_1$  πριν την κρούση. Άρα θα ισχύει:

$$u_1' = -2 u_2' \rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 = -2 \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} u_1 \rightarrow m_1 + m_2 = -4 m_1 \rightarrow 5 m_1 = m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

## B3. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση αυτοκινήτου - κιβωτίου:

$$\bar{p}_{ο\lambda}^{\text{πριν}} = \bar{p}_{ο\lambda}^{\text{μετά}} \rightarrow M u + 0 = (m_1 + M) V \rightarrow M u = \left(\frac{M}{20} + M\right) V \rightarrow$$

$$M u = \frac{21M}{20} V \rightarrow V = \frac{20 u}{21}.$$

Η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου κατά την κρούση είναι:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p} &= \bar{p}_{\tau\epsilon\lambda} - \bar{p}_{\alpha\rho\chi} \rightarrow \Delta p = M V - M u = M \frac{20 u}{21} - M u = M \frac{20 u}{21} - M u = \\ &= \frac{20 M u - 21 M u}{21} \rightarrow \Delta p = \frac{-M u}{21}. \end{aligned}$$

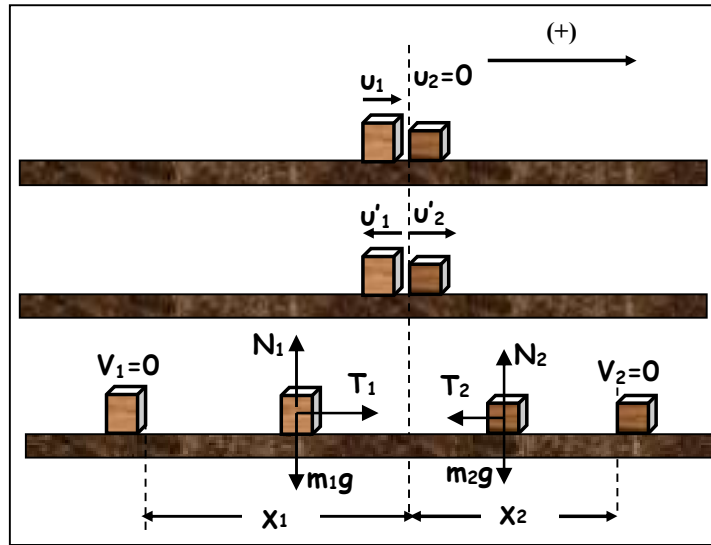
Άρα το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αυτοκινήτου κατά την κρούση είναι ίσο με:

$$|\Delta p| = \frac{M u}{21}.$$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Επειδή η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και το σώμα μάζας  $m_2$  είναι αρχικά ακίνητη, οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad \text{και} \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$



$$\text{Όμως: } u_1' = -9 \text{ m/s} \rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 = -9 \text{ m/s} \rightarrow (m_1 - m_2) 15 = -9 (m_1 + m_2) \rightarrow$$

$$15 m_1 - 15 m_2 = -9 m_1 - 9 m_2 \rightarrow 24 m_1 = 6 m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$$

**Γ2.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{2m_1}{5m_1} 15 \rightarrow u_2 = 6 \text{ m/s.}$$

**Γ3.** Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης είναι:

$$\left( \frac{K_2^{\text{μετά}}}{K_1^{\text{πριν}}} \right) 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 u_2^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} 100\% = \frac{4 m_1 36}{m_1 225} 100\% = 64\%$$

**Γ4.** Η κίνηση του σώματος μάζας  $m_1$  μετά την κρούση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Η τριβή που του ασκείται είναι ίση με:

$$\Sigma F_{\psi} = 0 \rightarrow N_1 - m_1 g = 0 \rightarrow N_1 = m_1 g \text{ άρα } T_1 = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

**Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ** για το σώμα μάζας  $m_1$  από τη θέση κρούσης μέχρι να σταματήσει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{T_1} + W_{m_1 g} + W_{N_1} \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 = -T_1 x_1 \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} m_1 u_1'^2 = -\mu m_1 g x_1 \rightarrow x_1 = \frac{u_1'^2}{2\mu g} = 40,5 \text{ m}$$

Η κίνηση του σώματος μάζας  $m_2$  μετά την κρούση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Η τριβή που του ασκείται είναι ίση με:

$$\Sigma F_{\psi} = 0 \rightarrow N_2 - m_2 g = 0 \rightarrow N_2 = m_2 g \text{ άρα } T_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

**Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ** για το σώμα μάζας  $m_1$  από τη θέση κρούσης μέχρι να σταματήσει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{T_2} + W_{m_2 g} + W_{N_2} \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = -T_2 x_2 \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} m_2 u_2^2 = -\mu m_2 g x_2 \rightarrow x_2 = \frac{u_2^2}{2\mu g} = 18 \text{ m}$$

Άρα η απόσταση των δύο σωμάτων όταν σταματήσουν είναι:  $d = x_1 + x_2 = 58,5 \text{ m}$

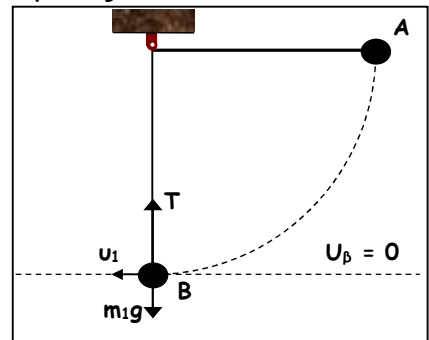
### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1)** Στο σώμα μάζας  $m_1$  πριν από την κρούση η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, που είναι συντηρητική δύναμη. Άρα ισχύει το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας το οποίο εφαρμόζουμε για τις θέσεις A και B του σώματος.

(Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο της σύγκρουσης).

$$E_{\text{μηχ}}^{(A)} = E_{\text{μηχ}}^{(B)} \rightarrow K_{(A)} + U_{(A)} = K_{(B)} + U_{(B)} \rightarrow$$

$$m_1 g \ell = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \rightarrow u_1 = \sqrt{2g\ell} \rightarrow u_1 = 5 \text{ m/s.}$$



**Δ2)** Επειδή το σώμα  $m_1$  κάνει κυκλική κίνηση, η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται όταν διέρχεται από το σημείο B είναι:

$$\Sigma F_R = F_K \rightarrow T - m_1 g = m_1 \frac{u_1^2}{\ell} \rightarrow T = m_1 g + m_1 \frac{u_1^2}{\ell} \rightarrow T = 20 + 40 = 60 \text{ N.}$$

**Δ3)** Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση, **θεωρώντας θετική την κατεύθυνση κίνησης του σώματος  $m_2$  πριν την κρούση.**

$$\vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{μετά}} \rightarrow -m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) V \rightarrow -10 + 3u_2 = 20 \rightarrow u_2 = 10 \text{ m/s.}$$

$$\Delta 4) K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = 25 + 150 = 175 \text{ J}$$

$$K_{\text{ΤΕΛ}}^{\text{συστ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 = 40 \text{ J}$$

$$Q = K_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} - K_{\text{ΤΕΛ}}^{\text{συστ}} = 135 \text{ J}$$