ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
(2 – 12 – 2023)

Θέμα Α

Α1. δ
Α2. γ
Α3. α
Α4. β
Α5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

Θέμα Β

Β1. *Σωστή απάντηση είναι η (ii)*

Όταν στο σημείο Σ τα δύο κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά ισχύει:
$\Pi_B\Sigma - \Pi_A\Sigma = N\lambda$ (1)

Όταν στο σημείο Σ παρατηρείται για πρώτη φορά αποσβεστική συμβολή ισχύει:

$\Pi_{B'}\Sigma - \Pi_A\Sigma = (2N' + 1)\,\dfrac{\lambda}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (2) και (1) παίρνουμε:

$$\Pi_{B'}\Sigma - \Pi_A\Sigma - \Pi_B\Sigma + \Pi_A\Sigma = (2N' + 1)\,\frac{\lambda}{2} - N\lambda \xrightarrow{N = N'} 2x_2 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \rightarrow$$

$2(x_2 - x_1) = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 2(x_1 + 4cm - x_1) = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 8cm = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 16\ cm}$.

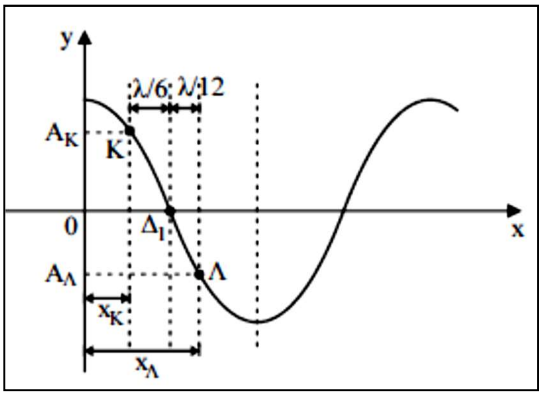
B2. *Σωστή απάντηση είναι η (α)*

Η θέση του σημείου Κ από τη θέση $x = 0$ είναι $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$ οπότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του θα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_K = \omega\, 2A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_K}{\lambda}\right| \rightarrow$$

$$\upsilon_K = 2\ \omega\ A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{\lambda}{12}}{\lambda}\right| = 2\ \omega\ A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\right| \rightarrow$$

$$\upsilon_K = 2\omega A\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \omega A\sqrt{3}$$



Η θέση του σημείου Λ από τη θέση $x = 0$ είναι $x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$ οπότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του θα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\Lambda = \omega\, 2A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x_\Lambda}{\lambda}\right| = 2\omega A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{\lambda}{3}}{\lambda}\right| = 2\omega A \left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\right| \rightarrow \upsilon_\Lambda = 2\omega A\ \frac{1}{2} = \omega A.$$

Άρα $\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \frac{\omega A\sqrt{3}}{\omega A} \rightarrow \boldsymbol{\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \sqrt{3}}$

B3. *Σωστή απάντηση είναι η (α)*

Ο ταλαντωτής σε κάθε ταλάντωση περνάει από τη θέση ισορροπίας δύο φορές. Άρα όταν περάσει 80 φορές θα έχει κάνει 40 ταλαντώσεις.

Η συχνότητα ταλάντωσης δηλαδή η συχνότητα του διεγέρτη θα είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{40}{10\pi} = \frac{4}{\pi}\ Hz$$

Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{72}{0,5}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{144} \rightarrow f_0 = \frac{6}{\pi}\ \text{Hz}.$$

Για να έρθει το σύστημα σε κατάσταση συντονισμού πρέπει η συχνότητα του διεγέρτη να γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος δηλαδή: $f' = f_0 = \frac{6}{\pi}$ Hz.

Το ποσοστό μεταβολής της συχνότητας του διεγέρτη θα είναι:

$$\frac{f' - f}{f} = \frac{\frac{6}{\pi} - \frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = \frac{\frac{2}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = \frac{1}{2} \text{ ή } \mathbf{50\%}$$

Θέμα Γ

Γ1) Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 0,4\ συν(10\pi x)\ ημ(40\pi t)$ (SI) έχουμε:

$\mathbf{A = 0,2\ m}$, $\quad 10\pi x = \frac{2\pi x}{\lambda} \rightarrow \mathbf{\lambda = 0,2\ m}$ και

$40\pi t = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow \mathbf{T = 0,05\ s}$ άρα $\mathbf{f = 20\ Hz}$.

Άρα οι εξισώσεις των κυμάτων είναι:

$$\mathbf{y_1 = 0,2\ ημ2\pi(20t - 5x)\ \text{και}\ y_2 = 0,2\ ημ2\pi(20t + 5x)\ (S.I.)}$$

Γ2) Επειδή μεταξύ του σημείου Δ και της αρχής Ο ($x = 0$) υπάρχουν τρεις δεσμοί, το σημείο Δ θα είναι η $4^η$ κοιλία του στάσιμου κύματος ($N = 3$), οπότε η θέση $x_Δ$ του σημείου Δ στον άξονα Οx υπολογίζεται ως εξής:

$$x_Δ = N\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N = 3} \mathbf{x_Δ = 3\ 0,1 = 0,3\ m.}$$

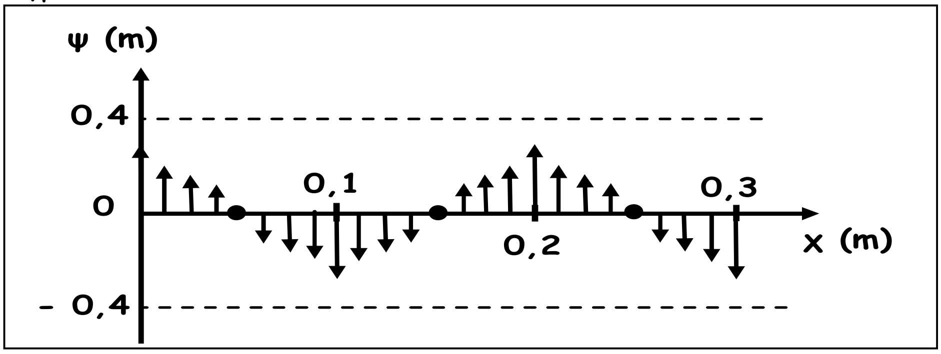
Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Δ σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$V_Δ = \omega\ A_Δ\ συν(40\pi t) = 40\pi\ 0,4\ συν(3\pi)\ συν(40\pi t) \rightarrow \mathbf{V_Δ = -16\pi\ συν(40\pi t)\ (SI)}$$

Γ3) Την χρονική στιγμή $t = 0$ s η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σημείου Ο($x = 0$) του στάσιμου κύματος είναι:

$$y_O = 0,4\ συν0^0\ ημ0^0 = 0 \quad \text{και} \quad V_O = V_{max}\ συν0^0\ συν0^0 = +V_{max}.$$

άρα όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους, δηλαδή η χορδή είναι οριζόντια και το σημείο O, στο οποίο σχηματίζεται κοιλία έχει θετική ταχύτητα. Τα ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Γ4) Η απομάκρυνση του Γ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$y_Γ = 0{,}4$ συν$(10π\, χ_Γ)$ ημ$(40πt)$ $= 0{,}4$ συν$(1{,}25π)$ ημ$(40πt) \rightarrow$

$y_Γ = 0{,}4$ συν$(π + \frac{π}{4})$ ημ$(40πt) = 0{,}4\,(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ ημ$(40πt) = -\,0{,}2\sqrt{2}$ ημ$(40πt) \rightarrow$

$y_Γ = 0{,}2\sqrt{2}$ ημ$(40πt + π)$ (SI)

Η απομάκρυνση του Δ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$y_Δ = 0{,}4$ συν$(10π\, χ_Δ)$ ημ$(40πt)$ $= 0{,}4$ συν$(3π)$ ημ$(40πt) = 0{,}4\,(-\,1)$ ημ$(40πt) \rightarrow$

$y_Δ = -\,0{,}4$ ημ$(40πt) = 0{,}4$ ημ$(40πt + π)$ (SI)

$φ_Δ = φ_Γ = (40πt + π)$ rad άρα τα σημεία Γ, Δ έχουν την ίδια φάση.

<u>Θέμα Δ</u>

Δ1) Από το σχήμα φαίνεται ότι η φάση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου διάδοσης του κύματος μειώνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Αυτό σημαίνει ότι το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, επομένως, η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής:

$$y = A\ \text{ημ}2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$$

Η εξίσωση φάσης για αυτό το κύμα δίνεται από τον τύπο: $φ = 2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 0$ και $t = 4$ s: $\varphi = 4\pi$ rad.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$4\pi = 2\pi \dfrac{4}{T} \rightarrow \mathbf{T = 2\ s}$ και $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s.

Η εξίσωση φάσης παίρνει τη μορφή: $\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t}{2} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ (SI)

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 2$ m και $t = 4$ s: $\varphi = 0$ rad.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$0 = 2\pi \dfrac{4}{T} - 2\pi \dfrac{2}{\lambda} \rightarrow \dfrac{2}{\lambda} = \dfrac{4}{2} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 1\ m}$.

Τελικά, η εξίσωση του κύματος παίρνει τη μορφή: $\mathbf{y = 0,2\ \eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{2} - x\right)}$ **(S.I.)**

Δ2) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου υπολογίζεται από τον τύπο: $u_{max} = \omega A \rightarrow u_{max} = 0,2\pi$ m/s.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση της ταχύτητας, έχουμε:

$$\mathbf{V = 0,2\pi\ \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\dfrac{t}{2} - x\right)\ (S.I.)}$$

Δ3) Για να βρούμε **τις χρονικές στιγμές t_K και t_Λ στις** οποίες τα σημεία Κ και Λ ξεκινούν την ταλάντωση τους μηδενίζουμε τη φάση της ταλάντωσης τους, δηλαδή:

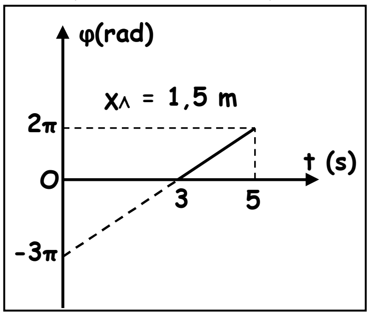
$\varphi_K = 2\pi\left(\dfrac{t_K}{2} - x_K\right) = 0 \rightarrow \dfrac{t_K}{2} - 1 = 0 \rightarrow \mathbf{t_K = 2\ s}$.

$\varphi_\Lambda = 2\pi\left(\dfrac{t_\Lambda}{2} - x_\Lambda\right) = 0 \rightarrow \dfrac{t_\Lambda}{2} - 1,5 = 0 \rightarrow \mathbf{t_\Lambda = 3\ s}$.

Δ4) Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$\Delta\varphi = \varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi\left(\dfrac{t}{2} - 1\right) - 2\pi\left(\dfrac{t}{2} - 1,5\right) = \pi t - 2\pi - \pi t + 3\pi \rightarrow \boldsymbol{\Delta\varphi = \pi\ rad}$

Δ5) Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης φ = f(t) για το σημείο Λ, θέτουμε $x_Λ$ = 1,5 m στην εξίσωση της φάσης:



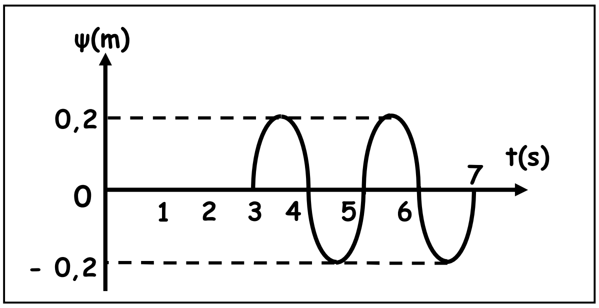
$$φ_Λ = 2π\left(\frac{t}{2} - x_Λ\right) = πt - 3π \text{ (S. I.) με } t \geq 3 \text{ s.}$$

Η εξίσωση που προκύπτει είναι πρώτου βαθμού ως προς t, η γραφική παράσταση της οποίας φαίνεται στο σχήμα.

Δ6) Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης ψ = f(t) για το σημείο Λ, θέτουμε $χ_Λ$ = 1,5 m στην εξίσωση του κύματος:

$$ψ_Λ = 0{,}2 \text{ ημ}2π\left(\frac{t}{2} - χ_Λ\right) = 0{,}2 \text{ ημ}(πt - 3π) \text{ (S. I.)}$$

Η εξίσωση που προκύπτει είναι αρμονική συνάρτηση από τη στιγμή t = 3 s και έπειτα. Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα:



Δ7) Για την εύρεση της φοράς κίνησης του σημείου Λ θέτουμε χ = $χ_Λ$ = 1,5 m και t = 4 s στην εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου:

$$V_Λ = 0{,}2π \text{ συν}2π\left(\frac{t}{2} - χ\right) = 02π \text{ συν}(4π - 3π) = 0{,}2π \text{ συν}π = -0{,}2π \text{ m/s.}$$

Το αρνητικό πρόσημο της ταχύτητας δηλώνει ότι το συγκεκριμένο σημείο κινείται προς τα αρνητικά, δηλαδή προς τα κάτω.

Δ8) Τη χρονική στιγμή t_2 = 8 s το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

$$χ_2 = u\, t_2 = λ\, f\, t_2 = 1\, \frac{1}{2}\, 8 = 4 \text{ m από την πηγή.}$$

Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

$$y = 0{,}2\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t_2}{2} - x\right) = 0{,}2\ \eta\mu(8\pi - 2\pi x) \quad \mu\varepsilon\ x \leq 4\ m$$

Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει $x_2 = 4$ m από την πηγή, την χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s .

Για $x = 0$ m $\rightarrow$ $y = 0$ m

για $x = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ m $\rightarrow$ $y = -0{,}2$ m

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s είναι: