

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 22 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύει:

$$\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$$

Μονάδες 8

A2. Για κάθε μία από τις συναρτήσεις $f(x)=e^x$ και $g(x)=\ln x$, να γράψετε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και να κάνετε την γραφική παράσταση στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

Μονάδες 3

A3. Έστω f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Πότε λέμε ότι η f είναι άρτια στο Δ .

Μονάδες 3

A4. Η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x)=\ln x$, μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα πάνω έχει τύπο:

α) $f(x)=\ln(x-2)-1$	β) $f(x)=\ln(x+2)-1$
γ) $f(x)=\ln(x+2)+1$	δ) $f(x)=\ln(x-2)+1$

Μονάδες 3

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Κάθε πολώνυμο της μορφής $P(x)=a$, $a \in \mathbb{R}$ είναι μηδενικού βαθμού

β) Η συνάρτηση $f(x)=\sin x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\Delta=[0,\pi]$

γ) Για οποιονδήποτε αριθμό a με $0 < a \neq 1$ ισχύει ισοδυναμία: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

δ) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A θα λέγαμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

Μονάδες 8

B2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την f σε διάστημα μιας περιόδου.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x)=3\sin 2x$					

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{2}{3}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4-x^3+kx^2+x+\lambda$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τις τιμές των $k, \lambda \in \mathbb{R}$, όταν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και παράγοντα το $x+2$.

Μονάδες 5

Γ2. Για $k=-7$ και $\lambda=6$ να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.

Μονάδες 7

Γ3. Για $k=-7$ και $\lambda=6$ να βρείτε τα διαστήματα που η γραφική παράσταση του $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον $x'x$.

Μονάδες 6

Γ4. Για $k=-7$ και $\lambda=6$ να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x)}{x-5} \geq 0$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln(e^x-1)$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 4

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση $f(x)>0$.

Μονάδες 8

Δ3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\ln 3)$ και $f(\ln e)$.

Μονάδες 6

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(2x)-f(x)=f(\ln 3)$.

Μονάδες 7