

Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Α
Ο Μ Ο Κ Ε Ν Τ Ρ Ο
Α. Φλωρόπουλου
για μαθητές με απαιτήσεις

30
ΣΧΟΛΙΑ ΑΞΙΟΤΗΤΙΑΣ

http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr

• ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο 4 Μαρτίου 2023

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι: $f'(x_0)=0$.

Μονάδες 10

A2. Δίνεται συνάρτηση f ορισμένη στο \mathbb{R} . Πότε η ευθεία $y = \lambda x + \beta$ λέγεται ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f στο $+\infty$.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει ότι: $|\eta\mu x| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Μια συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1 - 1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$

γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x/\sin x = 0\}$ ισχύει $(\epsilon\phi x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

δ) Ισχύει: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$

ε) οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα, τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της f .

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή, τα διαστήματα στα οποία η f είναι κοίλη και να προσδιορίσετε τα σημεία καμπής της γραφικής της παράστασης.

Μονάδες 9

B3. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 7

B4. Με βάση τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα **B1**, **B2**, **B3** να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό).

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(0)=0$ η οποία είναι παραγωγίσιμη και ισχύει $(x^2+9)f'(x)+2xf(x)=1$, $x \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρείτε τη συνάρτηση f .

Μονάδες 6

$$\text{Έστω } f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}, x \in \mathbb{R}$$

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \ln x]$

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $x=1$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , με συνεχή δεύτερη παράγωγο, για την οποία ισχύει ότι:

- $\int_0^\pi (f(x) + f''(x)) \eta_{\mu x} dx = \pi$
- $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\eta_{\mu x}} = 1$
- $e^{f(x)} + x = f(f(x)) + e^x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι $f(\pi) = \pi$ (μονάδες 4) και $f'(0) = 1$.

Μονάδες 7

Δ2. α) Να δείξετε ότι η f δεν παρουσιάζει ακρότατα στο \mathbb{R} . (μονάδες 4)

β) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . (μονάδες 2)

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta_{\mu x} + \sigma_{\nu x}}{f(x)}$.

Μονάδες 6

Δ4. Να δείξετε ότι $0 < \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \pi^2$.

Μονάδες 6

Καλή επιτυχία!!!