ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
30 ΧΡΟΝΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
για μαθητές με απαιτήσεις
http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr
•ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥΓ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή 13 Νοεμβρίου 2016

Θέμα Α

Α1. δ **Α2. γ** **Α3. γ** **Α4. δ**

Α5. α) Σ **β) Λ** **γ) Λ** **δ) Σ** **ε) Λ**

Θέμα Β

Β1. ***Σωστή είναι η απάντηση (β).***

Εφόσον παρατηρούνται 4 μέγιστα του ήχου ανά δευτερόλεπτο, η συχνότητα του διακροτήματος είναι $f_\Delta = 4$ Hz. Όμως $f_\Delta = f_2 - f_1$ (αφού $f_2 > f_1$) οπότε:

$f_2 = f_\Delta + f_1 = 1004$ Hz.

Β2. ***Σωστή απάντηση είναι η β.***

Η περίοδος της ΑΑΤ του σημείου Α είναι:

$$T + \frac{T}{2} = (14 - 2)\ s \rightarrow \frac{3T}{2} = 12\ s \rightarrow \mathbf{T = 8\ s}.$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής παίρνουμε:

$$u = \lambda f = \lambda \frac{1}{T} = 0.4\ \frac{1}{8} \rightarrow \mathbf{u = 0{,}05\ m/s = 5\ cm/s}\ .$$

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα ψ – t που μας δίνεται το σημείο Α αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_A = 2$ s άρα η απόσταση του x_A από την πηγή των κυμάτων είναι:

$x_A = u\, t_A = 5$ cm/s 2 s $\rightarrow \mathbf{x_A = 10\ cm}$.

Β3. *Σωστή απάντηση είναι η β.*

Το πλάτος του (Σ) μετά τη συμβολή των κυμάτων ισούται με:

$$A'_{\Sigma} = 2A\left|\text{συν}\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right| = 2A\left|\text{συν}\pi\frac{u\,t_1 - u\,t_2}{\lambda}\right| = 2A\left|\text{συν}\pi\frac{u\,(t_1 - t_2)}{\lambda}\right| \rightarrow$$

$$A'_{\Sigma} = 2A\left|\text{συν}\pi\frac{\lambda\, f\,\Delta t}{\lambda}\right| = 2A\left|\text{συν}\pi\, f\,\Delta t\right| = 2A\left|\text{συν}\pi\,\frac{1}{T}\,T\right| = 2A\left|\text{συν}\pi\right| \rightarrow A'_{\Sigma} = 2A.$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου (Σ) μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό είναι:

$$u_{max(\Sigma)} = \omega\, A'_{\Sigma} = \omega\, 2\, A \xrightarrow{u_{max} = \omega A} \mathbf{u_{max(\Sigma)} = 2\, u_{max}}$$

όπου $u_{max} = \omega\, A$ η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των πηγών.

Θέμα Γ

Γ1. Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{B} = 90^0$) παίρνουμε:

$$(A\Gamma)^2 = (AB)^2 + (B\Gamma)^2 \rightarrow (A\Gamma)^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow \mathbf{(A\Gamma) = 5\ m}\,.$$

Το μήκος κύματος των παραγόμενων αρμονικών κυμάτων είναι:

$$u = \lambda\, f \rightarrow 10 = 5\,\lambda \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 2\ m}\,.$$

Το κύμα από την πηγή Α θα φθάσει στο σημείο Γ μετά από χρόνο: $(A\Gamma) = u\, t_A \rightarrow \mathbf{t_A = 0{,}5\ s}$, ενώ το κύμα από την πηγή Β μετά από χρόνο: $(B\Gamma) = u\, t_B \rightarrow \mathbf{t_B = 0{,}3\ s}$. Άρα:

Από [0 – 0,3) s στο σημείο Γ δεν έχει φθάσει κανένα από τα δύο κύματα, οπότε ο φελλός θα παραμένει ακίνητος.

Από [0,3 – 0,5) s στο σημείο Γ έχει φθάσει μόνο το κύμα από την πηγή Β, οπότε ο φελλός κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$$\mathbf{y_{\Gamma} = A\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{B\Gamma}{\lambda}\right) \rightarrow y_{\Gamma} = 10^{-2}\ \eta\mu(10\pi\ t - 3\pi)\quad (SI)}$$

Από 0,5 s και μετά στο σημείο Γ έχουν φθάσει τα κύματα και από τις δύο πηγές, τα οποία συμβάλλουν, οπότε ο φελλός κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$$y_Γ = 2A\ συν\pi\ \frac{(AΓ) - (BΓ)}{λ}\ ημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{(BΓ) + (AΓ)}{2λ}\right) \rightarrow$$

$$y_Γ = -\ 2\ 10^{-2}\ ημ(10\pi\ t - 4\pi) \quad (SI)$$

Τη χρονική στιγμή t_1 = 0,2 s (0 < t_1 < 0,3 s) ο φελλός είναι ακίνητος οπότε:

y_1 = 0 και u_1 = 0.

Τη χρονική στιγμή t_2 = 0,45 s (0,3 s < t_2 < 0,5 s) η απομάκρυνση του φελλού είναι:

$y_2 = 10^{-2}\ ημ(4{,}5\ \pi - 3\ \pi) = 10^{-2}\ ημ\frac{3\pi}{2} \rightarrow$ **$y_2 = -\ 10^{-2}$ m**

και η ταχύτητα ταλάντωσης του: $u_2 = ω\ A\ συν(4{,}5\ \pi - 3\ \pi) = ω\ A\ συν\frac{3\pi}{2} \rightarrow$

u_2 = 0 .

Τη χρονική στιγμή t_2 = 0,575 s (0,5 s < t_3) η απομάκρυνση του φελλού είναι:

$y_3 = -\ 2\ 10^{-2}\ ημ(5{,}75\ \pi - 4\pi) = -\ 2\ 10^{-2}\ ημ1{,}75\ \pi = -\ 2\ 10^{-2}\ ημ(2\pi - \frac{\pi}{4}) \rightarrow$

$y_3 = \sqrt{2}\ 10^{-2}$ m

και η ταχύτητα ταλάντωσης του:

$u_3 = ω\ A'\ συν(5{,}75\ \pi - 4\pi) = 2\pi\ 5\ (-\ 2\ 10^{-2}\ )\ συν(2\pi - \frac{\pi}{4}) \rightarrow$

$u_3 = -\ 2\pi\ 10^{-1}\ \frac{\sqrt{2}}{2} = -\ \sqrt{2}\ \pi\ 10^{-1}$ m/s.

Γ2. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του φελλού από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$y = 0$		**για $0 \le t < 0{,}3$ s**
$y = 10^{-2}\ ημ(10\pi\ t - 3\pi)$	**(SI)**	**για $0{,}3 \le t < 0{,}5$ s**
$y = -\ 2\ 10^{-2}\ ημ(10\pi\ t - 4\pi)$	**(SI)**	**για $t \ge 0{,}5$ s**

Για t = 0,3 s η απομάκρυνση του φελλού είναι:

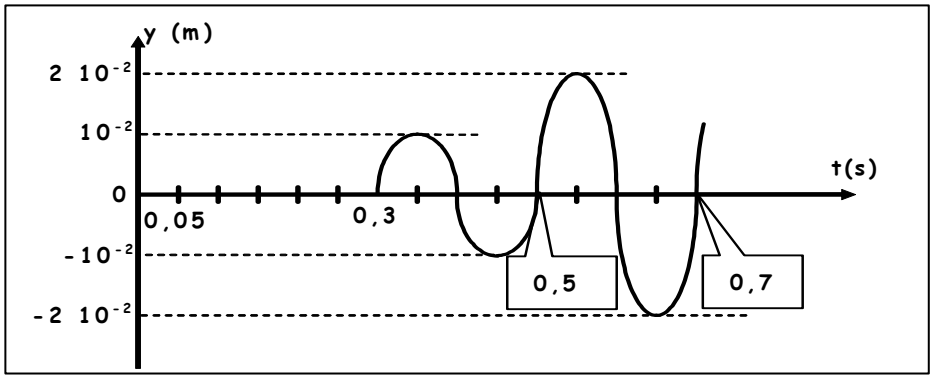
$y = 10^{-2}$ ημ(3π – 3π) = 10^{-2} ημ0 → **y = 0 m**

και η ταχύτητα ταλάντωσης του:
u_2 = ω *A* συν(3π – 3π) = 10π 10^{-2} συν0 → $\mathbf{u_2 = \pi\ 10^{-1}}$ **m/s > 0**.

Για t = 0,5 s η απομάκρυνση του φελλού είναι: ψ = - 2 10^{-2} ημπ → **y = 0 m**

και η ταχύτητα ταλάντωσης του:
u_3 = ω *A'* συν(5π – 4π) = 2π 5 (- 2 10^{-2}) συνπ →

$\mathbf{u_3 = -\ 2\pi\ 10^{-1}\ (-\ 1) = \sqrt{2}\,\pi\ 10^{-1}}$ **m/s > 0**.



Γ3. Τη χρονική στιγμή t = 0,5 s κατά την οποία συμβάλλουν τα δύο κύματα, ο φελλός βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητα του είναι θετική. Άρα ο φελλός θα φτάσει στη θέση της μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης για πρώτη φορά μετά από χρόνο $\mathbf{\frac{3T}{4} = 0{,}15\ s}$.

Γ4. Για τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος *AB* που παραμένουν συνεχώς ακίνητα ισχύει:

$r_1 - r_2 = (2\,N + 1)\frac{\lambda}{2} = (2N + 1)$ m (1)

$r_1 + r_2 = AB = 4$ m (2)

Αθροίζω κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και παίρνω:

$2\,r_1 = (2N + 1) + 4 \rightarrow r_1 = \frac{2\,N+1}{2} + 2$

Όμως $0 < r_1 < AB \rightarrow 0 < \frac{2N+1}{2} + 2 < 4 \rightarrow -2 < \frac{2N+1}{2} < 2 \rightarrow -4 < 2N+1 < 4 \rightarrow$
$-2,5 < N < 1,5$

Το N είναι ακέραιος άρα οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι: N = - 2 , - 1 , 0 , 1

Άρα τα σημεία στα οποία μπορεί να τοποθετηθεί ένας φελλός για να παραμένει συνέχεια ακίνητος απέχουν από τη πηγή Α αποστάσεις:

$r_1 = \frac{2N+1}{2} + 2 = \frac{-4+1}{2} + 2 \rightarrow \mathbf{r_1 = 0,5\ m}$

$r_1 = \frac{2N+1}{2} + 2 = \frac{-2+1}{2} + 2 \rightarrow \mathbf{r_1 = 1,5\ m}$

$r_1 = \frac{2N+1}{2} + 2 = \frac{1}{2} + 2 \rightarrow \mathbf{r_1 = 2,5\ m}$

$r_1 = \frac{2N+1}{2} + 2 = \frac{2+1}{2} + 2 \rightarrow \mathbf{r_1 = 3,5\ m}$

Θέμα Δ

Δ1. Από το σχήμα φαίνεται ότι η φάση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου διάδοσης του κύματος μειώνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Αυτό σημαίνει ότι το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, επομένως, η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής:

$$\psi = A\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Η εξίσωση φάσης για αυτό το κύμα δίνεται από τον τύπο: $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 0$ και $t = 4$ s: $\varphi = 4\pi$ rad/s.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$4\pi = 2\pi\frac{4}{T} \rightarrow \mathbf{T = 2\ s}$ και $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s.

Η εξίσωση φάσης παίρνει τη μορφή: $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{\lambda}\right)$ (SI)

Από τα δεδομένα του σχήματος έχουμε ότι για $x = 2$ m και $t = 4$ s: $\varphi = 0$ rad/s.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση φάσης, έχουμε:

$$0 = 2\pi \frac{4}{T} - 2\pi \frac{2}{\lambda} \rightarrow \frac{2}{\lambda} = \frac{4}{2} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 1\ m}.$$

Τελικά, η εξίσωση του κύματος παίρνει τη μορφή: $\boldsymbol{\psi = 0{,}2\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - x\right)}$ **(S.I.)**

Δ2. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου υπολογίζεται από τον τύπο: $u_{max} = \omega A \rightarrow u_{max} = 0{,}2\pi$ m/s.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση της ταχύτητας, έχουμε:

$$\boldsymbol{V = 0{,}2\pi\ \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{2} - x\right)}\ \textbf{(S.I.)}$$

Δ3. Για να βρούμε **τις χρονικές στιγμές t_K και t_Λ σ**τις οποίες τα σημεία Κ και Λ ξεκινούν την ταλάντωση τους μηδενίζουμε τη φάση της ταλάντωσης τους, δηλαδή:

$$\varphi_K = 2\pi\left(\frac{t_K}{2} - x_K\right) = 0 \rightarrow \frac{t_K}{2} - 1 = 0 \rightarrow \boldsymbol{t_K = 2\ s}.$$

$$\varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t_\Lambda}{2} - x_\Lambda\right) = 0 \rightarrow \frac{t_\Lambda}{2} - 1{,}5 = 0 \rightarrow \boldsymbol{t_\Lambda = 3\ s}.$$

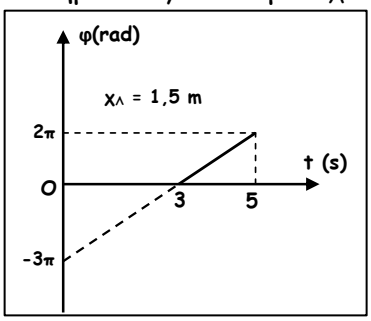
Δ4. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{2} - 1\right) - 2\pi\left(\frac{t}{2} - 1{,}5\right) = \pi t - 2\pi - \pi t + 3\pi \rightarrow \boldsymbol{\Delta\varphi = \pi\ rad}$$

Δ5. Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης φ = f(t) για το σημείο Λ, θέτουμε x_Λ = 1,5 m στην εξίσωση της φάσης:

$$\varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{2} - x_\Lambda\right) = \pi t - 3\pi\ (S.\ I.)\ \text{με}\ t \geq 3\ s.$$

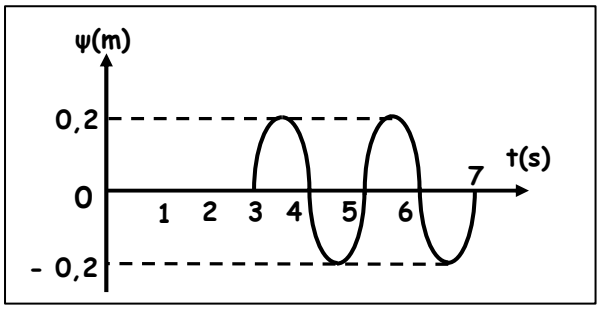
Η εξίσωση που προκύπτει είναι πρώτου βαθμού ως προς t, η γραφική παράσταση της οποίας φαίνεται στο σχήμα.



Δ6.Για τη χάραξη της γραφικής παράστασης ψ = f(t) για το σημείο Λ, θέτουμε x_Λ = 1,5 m στην εξίσωση του κύματος:

$$\psi_\Lambda = 0{,}2\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \chi_\Lambda\right) = 0{,}2\ \eta\mu(\pi t - 3\pi)\ \ (S.\ I.)$$

Η εξίσωση που προκύπτει είναι αρμονική συνάρτηση από τη στιγμή t = 3 s και έπειτα. Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα:



Δ7. Για την εύρεση της φοράς κίνησης του σημείου Λ θέτουμε $\chi = \chi_\Lambda = 1{,}5$ m και t = 4 s στην εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου:

$$V_\Lambda = 0{,}2\pi\ \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \chi\right) = 02\pi\ \sigma\upsilon\nu(4\pi - 3\pi) = 0{,}2\pi\ \sigma\upsilon\nu\pi = -\ 0{,}2\pi\ m/s.$$

Το αρνητικό πρόσημο της ταχύτητας δηλώνει ότι το συγκεκριμένο σημείο κινείται προς τα αρνητικά, δηλαδή προς τα κάτω.

Δ8. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s το κύμα έχει φθάσει στο σημείο που απέχει:

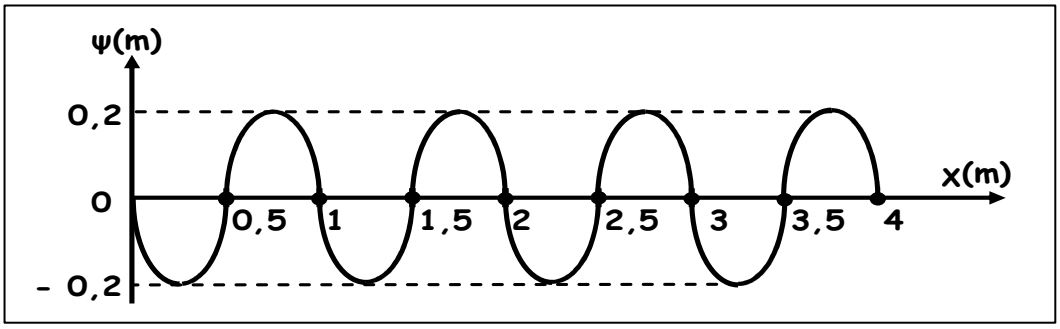
$$\chi_2 = u\ t_2 = \lambda\ f\ t_2 = 1\ \frac{1}{2}\ 8 = 4\ m \text{ από την πηγή.}$$

Η εξίσωση του κύματος την παραπάνω χρονική στιγμή γράφεται:

$$\psi = 0{,}2\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t_2}{2} - \chi\right) = 0{,}2\ \eta\mu(8\pi - 2\pi\chi)\ \ \text{με } \chi \leq\ 4\ m$$

Η σχέση αυτή δίνει την απομάκρυνση όλων των σημείων του μέσου, από την πηγή έως το σημείο που απέχει $\chi_2 = 4$ m από την πηγή, την χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s .

Για $\chi = 0$ m $\rightarrow$ $\psi = 0$ m

για $\chi = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ m $\rightarrow$ $\psi = -\ 0{,}2$ m

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 = 8 s είναι: