ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
30 ΧΡΟΝΙΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
για μαθητές με απαιτήσεις
http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr
•ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή 6 Μαρτίου 2016

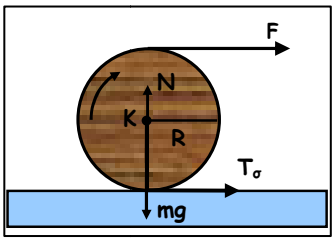
Θέμα Α

Α1. β **Α2. γ** **Α3. γ** **Α4. γ**

Α5. α) Λ **β) Σ** **γ) Σ** **δ) Σ** **ε) Σ**

Θέμα Β

Β1. ***Σωστή απάντηση είναι η β.***



Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση χ είναι:

$W_F^{\mu\epsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = F\,\chi = 30\ 0{,}5 \rightarrow W_F^{\mu\epsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 15\ J.$

$W_F^{\pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = \tau_F\,\Delta\theta = F\,R\,\Delta\theta \quad (1)$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\chi = \Delta S = R\,\Delta\theta$ άρα η σχέση (1) γίνεται:

$W_F^{\pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = F\,\chi \rightarrow W_F^{\pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 15\ J.$

$W_F = W_F^{\mu\epsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} + W_F^{\pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 30\ J.$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τον κύλινδρο από τη στιγμή που ξεκινάει την κίνηση του ($\upsilon_0 = 0$) μέχρι να μετατοπιστεί κατά χ:

$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \rightarrow K_{\tau\epsilon\lambda}^{\mu\epsilon\tau} + K_{\tau\epsilon\lambda}^{\pi\epsilon\rho} - 0 = W_F + W_{T\sigma} \xrightarrow{W_{T_\sigma} = 0} K_{\tau\epsilon\lambda}^{\mu\epsilon\tau} + 6\ J = 30\ J \rightarrow$

$\mathbf{K_{\tau\epsilon\lambda}^{\mu\epsilon\tau} = 24\ J.}$

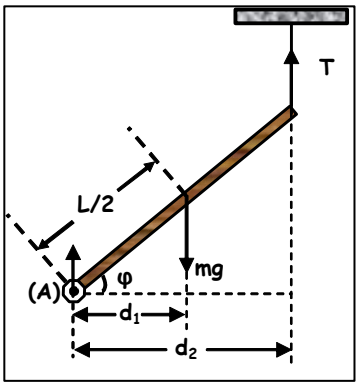
B2. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Οι θέσεις των δεσμών στον θετικό ημιάξονα είναι: $\chi_\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{4}$ $\kappa = 0, 1, 2, 3, ...$ Ο δεύτερος δεσμός είναι στη θέση που προκύπτει για κ = 1 δηλαδή στη θέση:

$$\chi_\Delta = (2 + 1)\frac{\lambda}{4} = \frac{3\lambda}{4} \rightarrow d = \frac{3\lambda}{4} \rightarrow \lambda = \frac{4d}{3} \quad (1)$$

Οι θέσεις των κοιλιών στον θετικό ημιάξονα είναι: $\chi_K = \kappa\frac{\lambda}{2}$ $\kappa = 0, 1, 2, 3, ...$ Έτσι η $10^η$ κοιλία σχηματίζεται στη θέση $\chi_K = 9\frac{\lambda}{2}$ και με βάση την (1) $\chi_K = 9\frac{\frac{4d}{3}}{2} = \frac{12d}{2} = 6d$.

B3. Α. Σωστή απάντηση είναι η α.



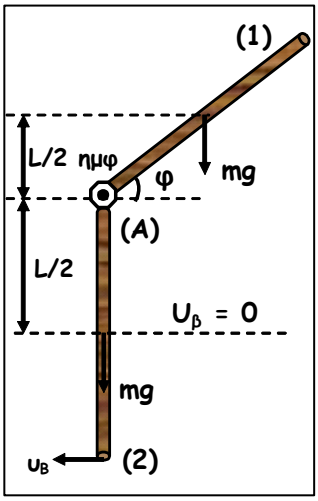
Από τη συνθήκη ισορροπίας για τη ράβδο παίρνουμε:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \rightarrow T\, d_2 - mg\, d_1 = 0 \rightarrow$

$T\, L\, \sigma\upsilon\nu\varphi - mg\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \rightarrow$

$T\, L = mg\frac{L}{2} \rightarrow T = \frac{mg}{2} \rightarrow$ **T = 20 N.**

Β. Σωστή απάντηση είναι η α.



Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για τη ράβδο από την θέση που σπάει το νήμα (1) ως την κατακόρυφη θέση (2):

$$K_{(1)} + U_\beta^{(1)} = K_{(2)} + U_\beta^{(2)} \rightarrow m\, g\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\,\eta\mu\varphi\right) = \frac{1}{2}I_{(A)}\,\omega_2^2 \rightarrow$$

$$2\, mg\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{4}\right) = \frac{1}{3}m\,L^2\,\omega_2^2 \rightarrow \omega_2^2 = 6\, g\,\frac{3}{4L} \rightarrow$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{9g}{2L}} = 3\ rad/s.$$

$\upsilon_B = \omega_2\, L = 3\ 5 \rightarrow$ **u_B = 15 m/s.**

<u>Θέμα Γ</u>

Γ1. Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος y = 0,4 συν(10πχ) ημ(40πt) (SI) έχουμε:

$A = 0{,}2\ m,\quad 10\pi\chi = \frac{2\pi\chi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0{,}2\ m$ και

$40\pi t = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow T = 0{,}05\ s \rightarrow f = 20\ Hz.$

Άρα οι εξισώσεις των κυμάτων είναι:

$y_1 = 0,2\ ημ2π(20\ t - 5\ χ)$ και $y_2 = 0,2\ ημ2π(20\ t + 5\ χ)$ (S.I.)

Γ2. Επειδή μεταξύ του σημείου Δ και της αρχής *Ο* (χ = 0) υπάρχουν τρεις δεσμοί, το σημείο Δ θα είναι η $4^η$ κοιλία του στάσιμου κύματος (N = 3), οπότε η θέση $χ_Δ$ του σημείου Δ στον άξονα *Ο*χ υπολογίζεται ως εξής:

$$χ_Δ = N\frac{λ}{2} \xrightarrow{N=3} \mathbf{χ_Δ = 3\ \ 0,1 = 0,3\ m.}$$

Η απομάκρυνση του Δ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$y_Δ = 0,4\ συν(10π\ χ_Δ)\ ημ(40πt) = 0,4\ συν(3π)\ ημ(40πt) = 0,4\ (-1)\ ημ(40πt) \rightarrow$$

$$\mathbf{y_Δ = -\ 0,4\ ημ(40πt)\ \ (SI)}$$

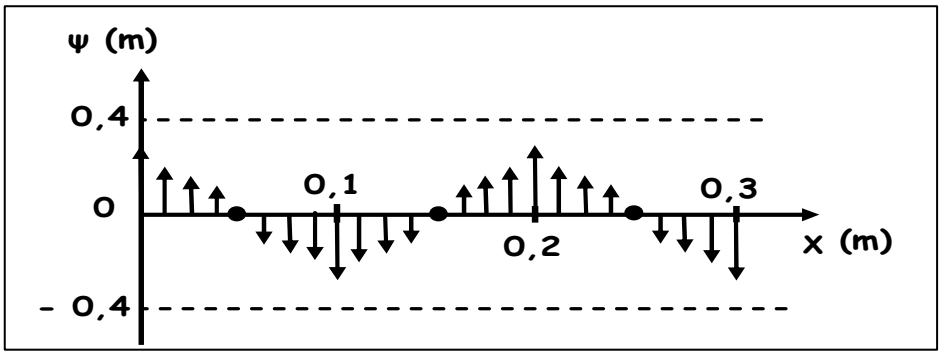
Η ταχύτητα ταλάντωσης του είναι ίση με:

$$V_Δ = ω\ A_Δ\ συν(40πt) = 40π\ (-\ 0,4)\ συν(40πt) \rightarrow \mathbf{V_Δ = -\ 16π\ συν(40πt)\ \ (SI)}$$

Γ3. Την χρονική στιγμή t = 0 *s* η απομάκρυνση και η ταχύτητα του σημείου *Ο*(χ = 0) του στάσιμου κύματος είναι:

$$y_O = 0,4\ συν0^0\ ημ0^0 = 0 \quad και \quad V_O = V_{max}\ συν0^0\ συν0^0 = +\ V_{max}.$$

άρα όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους, δηλαδή η χορδή είναι οριζόντια και το σημείο *Ο*, στο οποίο σχηματίζεται κοιλία έχει θετική ταχύτητα. Τα ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



Γ4. Η απομάκρυνση του Γ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$y_Γ = 0,4\ συν(10π\ χ_Γ)\ ημ(40πt) = 0,4\ συν(1,25π)\ ημ(40πt) \rightarrow$$

$$y_Γ = 0,4\ συν(π + \frac{π}{4})\ ημ(40πt) = 0,4\ (-\frac{\sqrt{2}}{2})\ ημ(40πt) = -\ 0,2\sqrt{2}\ ημ(40πt) \rightarrow$$

$$y_Γ = 0,2\sqrt{2}\ ημ(40πt + π)\ (SI)$$

Επειδή $y_\Delta = -0{,}4\ \eta\mu(40\pi t) = 0{,}4\ \eta\mu(40\pi t + \pi)$ (SI) θα είναι:

$\varphi_\Delta = \varphi_\Gamma = (40\pi t + \pi)$ rad άρα τα σημεία Γ, Δ βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.

Θέμα Δ

Δ1. Επειδή το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό ισχύει: $T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$.

Για να είναι το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα ακίνητο **πρέπει κάθε σώμα να ισορροπεί.**

Για το σώμα Σ_2, ισχύει: $\Sigma F = 0 \rightarrow T_2 = m_2 g$ (1)

Για τον τροχό ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες ισορροπίας:

$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \rightarrow T_1 R = T_{\sigma\tau} R \rightarrow T_1 = T_{\sigma\tau}$ (2)

$\Sigma F = 0 \rightarrow F = T_1 + T_{\sigma\tau} \xrightarrow{(2)} F = 2T_1 \rightarrow T_1 = \dfrac{F}{2}$ (3)

Για τη τροχαλία, ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \rightarrow T_1 r = T_2 r \rightarrow T_1 = T_2 \xrightarrow[(3)]{(1)} \dfrac{F}{2} = m_2 g \rightarrow$ **F = 40 N.**

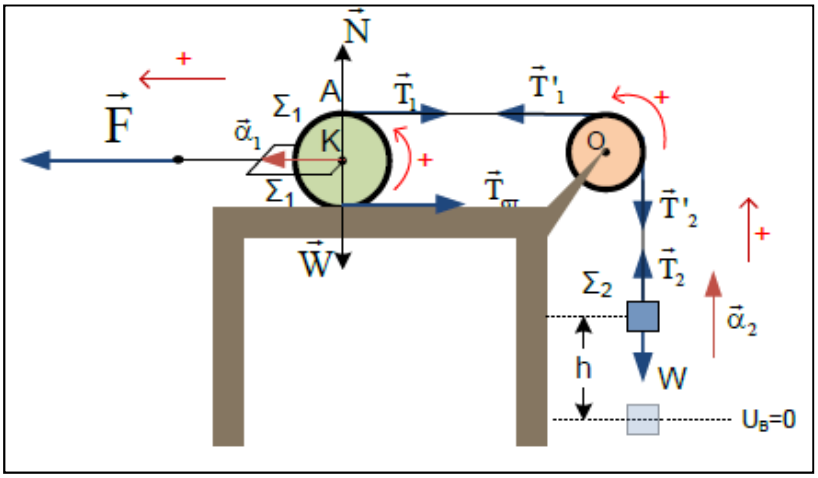
Δ2. Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες της τροχαλίας και του τροχού όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση, άρα:

Το μέτρο της επιτάχυνσης a_2 του σώματος Σ_2 είναι ίσο με το μέτρο της επιτάχυνσης που έχουν τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας, $\mathbf{a_2 = a_{\gamma 2}\, r}$ **(4)**

(όπου $a_{\gamma 2}$ το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας).

Για τους ίδιους λόγους το μέτρο της επιτάχυνσης που έχουν τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας είναι ίσο με το μέτρο της επιτάχυνσης που έχει το ανώτερο σημείο *A* της περιφέρειας του τροχού, άρα:

$\mathbf{a_{\gamma 2}\, r = a_A}$ **(5).**



Η ταχύτητα του υλικού σημείου *A* του τροχού έχει μέτρο:

$\upsilon_A = 2\,\upsilon_{cm}$

και η επιτάχυνση του έχει μέτρο:

$a_A = \dfrac{d\upsilon_A}{dt} = \dfrac{d(2\,\upsilon_{cm})}{dt} = \dfrac{2\,d\upsilon_{cm}}{dt} \rightarrow a_A = 2a_{cm} = 2a_1 \xrightarrow[(5)]{(4)} \mathbf{a_2 = 2a_1}$ **(6)**

Ο τροχός εκτελεί μια σύνθετη κίνηση που μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής. Εφαρμόζουμε:

το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική του κίνηση (θετική φορά προς τα αριστερά): $\Sigma\vec{F} = M\,\vec{a}_1 \rightarrow F - T_1 - T_{\sigma\tau} = M\,a_1$ (7)

και **τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης** (θετική φορά όπως φαίνεται στο σχήμα):
$\Sigma\tau_{(K)} = I_1\,a_{\gamma 1} \rightarrow T_{\sigma\tau}\,R - T_1\,R = \frac{1}{2}\,M\,R^2\,a_{\gamma 1} \rightarrow T_{\sigma\tau} - T_1 = \frac{1}{2}\,M\,R\,a_{\gamma 1}$ (8)

Επειδή ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $a_1 = a_{\gamma 1}\,R$ (9)

Η σχέση (7) λόγω της σχέσης (8) γίνεται: $T_{\sigma\tau} - T_1 = \frac{1}{2}\,M\,a_1$ (10)

Προσθέτοντας τις (7) και (10) κατά μέλη παίρνουμε:

$F - 2T_1 = \frac{3}{2}\,M\,a_1 \rightarrow \frac{F}{2} - T_1 = \frac{3}{4}\,M\,a_1$ (11)

Η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης (θετική φορά όπως φαίνεται στο σχήμα):

$\Sigma\tau_{(O)} = Icm\,a_{\gamma 2} \rightarrow T_1\,r - T_2\,r = \frac{1}{2}\,m\,r^2\,a_{\gamma 2} \rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2}\,m\,r\,a_{\gamma 2} \rightarrow$

$T_1 - T_2 = \frac{1}{2}\,m\,a_2 \xrightarrow{(6)} T_1 - T_2 = m\,a_1$ (12)

Το σώμα Σ_2 εκτελεί μεταφορική κίνηση. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$\Sigma\vec{F} = m_2\,\vec{a}_2 \rightarrow T_2 - m_2\,g = m_2\,a_2 \rightarrow T_2 - m_2\,g = 2\,m_2\,a_1$ (13)

Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (11), (12) και (13):

$\frac{F}{2} - T_1 + T_1 - T_2 + T_2 - m_2\,g = \frac{3}{4}\,M\,a_1 + m\,a_1 + 2\,m_2\,a_1 \rightarrow 40 - 20 = (3 + 3 + 4)\,a_1 \rightarrow$
$\mathbf{a_1 = 2\ m/s^2} \xrightarrow{(6)} \mathbf{a_2 = 4\ m/s^2}$.

Δ3. Το σώμα Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a_2 = 4\ m/s^2$, άρα θα ανέλθει κατά h = 2 m τη χρονική στιγμή: $h = \frac{1}{2}\,a_2\,t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_2}} = 1\ s$.

Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της την παραπάνω χρονική στιγμή είναι:

$L = I_{cm}\,\omega = \frac{1}{2}\,m\,r^2\,a_{\gamma 2}\,t = \frac{1}{2}\,m\,r^{\cancel{2}}\,\frac{a_2}{\cancel{r}}\,t \rightarrow \mathbf{L = 0{,}6\ Kg\ m^2/s}$.

Δ4. Ο τροχός στη μεταφορική του κίνηση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a_1 = 2\ m/s^2$, άρα η μετατόπισή του δίνεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2}\, a_1\, t^2 \rightarrow \mathbf{x_1 = 1\ m}.$$

Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση x_1 είναι: $W_F = F\, x_1 = 80\ J$.

Η μέση ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $\bar{P}_F = \frac{W_F}{t} = \mathbf{80\ J/s}$.

Δ5. Η ταχύτητα του τροχού Σ_1 όταν το Σ_2 έχει μετατοπιστεί κατά h είναι:

$$\upsilon_1 = a_1\, t = 2\ m/s.$$

Το ποσοστό του έργου της δύναμης που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του τροχού Σ_1 κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ_2 κατά h είναι:

$$\frac{K_1}{W_F} = \frac{\frac{1}{2} M \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} I_1\, \omega_1^2}{F\, x_1} = \frac{\frac{1}{2} M \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} M R^2\, \omega_1^2}{F\, x_1} = \frac{\frac{1}{2} M \upsilon_1^2 + \frac{1}{4} M \upsilon_1^2}{F\, x_1} = \frac{\frac{3}{4} M \upsilon_1^2}{F\, x_1} \rightarrow$$

$$\frac{K_1}{W_F} = \frac{\frac{3}{4}\, 4\, 4}{80} = \frac{12}{80} = 0{,}15 \text{ ή } \mathbf{15\%}$$