ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 7 ΜΑΪΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

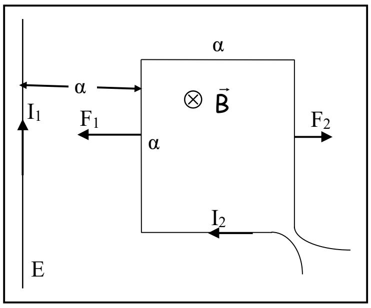
Θέμα Α

Α1. β
Α2. γ
Α3. α
Α4. γ
Α5. (α) Λ (β) Λ (γ) Λ (δ) Σ (ε) Λ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Ο ευθύγραμμος αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση $\vec{B}$ στο ημιεπίπεδο που βρίσκεται το πλαίσιο, θα έχει φορά προς τα μέσα (όπως φαίνεται στο σχήμα) με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού.



Οι οριζόντιες πλευρές του πλαισίου δέχονται δυνάμεις Laplace ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς. Αυτό συμβαίνει γιατί ο ευθύγραμμος αγωγός δημιουργεί ίσες εντάσεις του μαγνητικού πεδίου του σε απόσταση x από αυτόν και ανά δύο τα απέναντι στοιχειώδη τμήματα των οριζόντιων αγωγών δέχονται δυνάμεις που αλληλοαναιρούνται.

Οι κατακόρυφες πλευρές του πλαισίου δέχονται τις δυνάμεις F_1 και F_2, κάθετες σε αυτές στο μέσον τους, με κατευθύνσεις όπως στο σχήμα, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_1 = B_1 I_2 \ell \xrightarrow{B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{\alpha}} F_1 = k_\mu \frac{2I_1 I_2}{\alpha}\alpha = 2k_\mu I_1 I_2.$$

$$F_2 = B_1 I_2 \ell \xrightarrow{B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{2\alpha}} F_2 = k_\mu \frac{2I_1 I_2}{2\alpha}\alpha = k_\mu I_1 I_2.$$

Άρα $\alpha = \dfrac{\Sigma F}{m} = \dfrac{F_1 - F_2}{m} = \dfrac{2k_\mu I_1 I_2 - k_\mu I_1 I_2}{m} \rightarrow \boldsymbol{\alpha = \dfrac{k_\mu I_1 I_2}{m}}$

B2. (A) Σωστή απάντηση είναι η (α)

Επειδή η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου είναι της μορφής $x = A\ \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6})$, η εξίσωση ταχύτητας - χρόνου είναι $\upsilon = \omega A\ \sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{\pi}{6})$ από την οποία για $t = 0$ παίρνουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση:

$$\upsilon = \omega A\ \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} \rightarrow \upsilon = \omega A\ \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

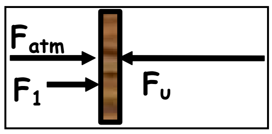
Με βάση την ΑΔΟ για την κρούση έχουμε ότι: $m\upsilon_0 = (3m + m)\upsilon \rightarrow \upsilon_0 = 4\upsilon \quad (2)$

Άρα το κλάσμα της ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$\frac{E_{\tau\alpha\lambda.}}{K_{\beta\lambda.}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} = \frac{4\cancel{m}\,\omega^2 A^2}{\cancel{m}\,16\,\upsilon^2} = \frac{\cancel{\omega^2}\,\cancel{A^2}}{\cancel{4}\,\cancel{\omega^2}\,\cancel{A^2}\,\frac{3}{\cancel{4}}} = \frac{1}{3}.$$

B3. (A) Σωστή απάντηση είναι η (α).

Ας πάρουμε το έμβολο Α. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που δέχεται, όπου F_υ η δύναμη από το υγρό. Το έμβολο ισορροπεί, οπότε:



$$F_\upsilon = F_1 + F_{at} \rightarrow p_A A = F_1 + p_{at} A \rightarrow p_A = \frac{F_1}{A} + p_{at}.$$

όπου p_A η πίεση του υγρού στην **εσωτερική** πλευρά του εμβόλου.

Ίδια εξίσωση ισχύει και για έμβολο Β: $\quad p_B = \dfrac{F_2}{A} + p_{at}.$

Αλλά για τις πιέσεις αυτές ισχύει:

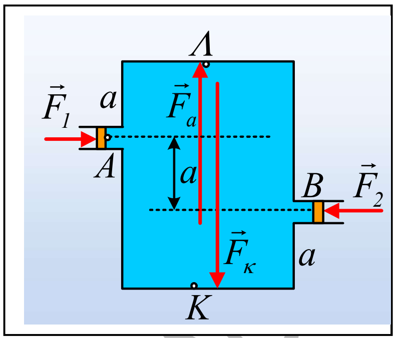
$$p_B - p_A = \rho g \alpha \rightarrow \frac{F_2}{A} + p_{at} - \frac{F_1}{A} - p_{at} = \rho g \alpha \rightarrow F_2 = F_1 + \rho g \alpha A \rightarrow \mathbf{F_2 = 24\ N}.$$

(Β) Σωστή απάντηση είναι η (β).

Ας πάρουμε ως σημείο αναφοράς το σημείο Α, στη δεξιά πλευρά του πρώτου εμβόλου, στο οποίο η πίεση είναι ίση με $p_A = \dfrac{F_1}{A} + p_{at}$.

α) Για την πάνω έδρα του κυλίνδρου έχουμε:

$p_A - p_\Lambda = \rho g a \rightarrow \dfrac{F_1}{A} + p_{at} - \rho g a = p_\Lambda \rightarrow p_\Lambda = 14\ 10^4\ \text{N/m}^2.$



Άρα $\mathbf{F_a = p_\Lambda\ A_1 = 28\ 10^4\ N}$.

β) για την κάτω βάση του δοχείου:

$p_K - p_A = 2\rho g a \rightarrow p_K = \dfrac{F_1}{A} + p_{at} + 2\rho g a \rightarrow p_K = 17\ 10^4\ \text{N/m}^2.$

Άρα $\mathbf{F_K = p_K\ A_1 = 34\ 10^4\ N}$.

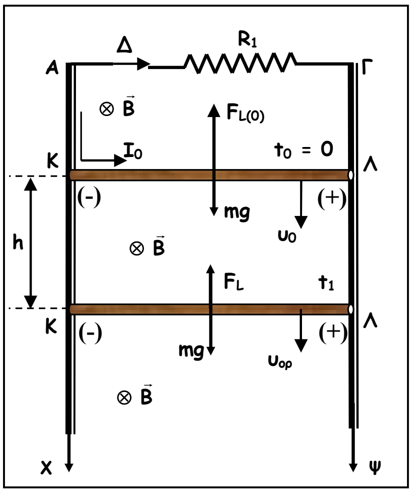
Θέμα Γ

Γ1. Όταν ο αγωγός αρχίζει να κινείται, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή μέσα από την επιφάνεια που ορίζει με την κίνηση του, οπότε σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στον αγωγό θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} \rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{dt} \rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\,(S_{\tau\varepsilon\lambda} - S_{\alpha\rho\chi})}{dt} \rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\,dS}{dt} \xrightarrow{dS\,=\,\ell\,dx}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\,\ell\,dx}{dt} \xrightarrow{\upsilon\,=\,\frac{dx}{dt}} \mathbf{E_{\varepsilon\pi} = B\,\upsilon\,\ell\quad (1).}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο αγωγός ΚΛ εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω και εμφανίζεται στα άκρα του ΗΕΔ από επαγωγή, με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα. Επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης I_0. Στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace με φορά προς τα πάνω και το βάρος του mg προς τα κάτω. Τη στιγμή $t_0 = 0$:



$E_{E\pi(0)} = B\,\upsilon_0\,\ell = 24\text{V}.$

$I_0 = \dfrac{E_{E\Pi 0}}{R_{o\lambda}} = \dfrac{E_{E\Pi(0)}}{R_1 + R_2} = \dfrac{24}{8} \rightarrow I_0 = 3\ A.$

$F_{L(0)} = B\,I_0\,\ell = 6\ \text{N}.$

$w = mg = 0{,}2\ \ 10\ \text{N} \rightarrow w = 2\ \text{N}.$

Από το δεύτερο νόμο του Newton:

$\Sigma F = m\alpha \rightarrow w - F_{L(0)} = m\,\alpha \rightarrow\ \ 2\ -\ 6 = 0{,}2\ \alpha \rightarrow$

$\alpha = \dfrac{-4}{0{,}2}\ \text{m/s}^2 \rightarrow \mathbf{\alpha = -\ 20\ m/s^2}.$

Άρα η επιτάχυνση του αγωγού έχει φορά προς τα πάνω.

Γ2. Αρχικά ο αγωγός κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση οπότε το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται, άρα η ΗΕΔ από επαγωγή, που εμφανίζεται στα άκρα του, το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα και η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό επίσης μειώνονται. Όσο η F_L είναι μεγαλύτερη από το βάρος, ο αγωγός κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται κατά μέτρο. Κάποια στιγμή η δύναμη Laplace γίνεται ίση κατά μέτρο με το βάρος ($\Sigma F = 0$). Τότε επειδή $|\alpha| = \dfrac{\Sigma F}{m} = 0$ στη συνέχεια ο αγωγός κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $u = u_{op}$ το μέτρο της οποίας υπολογίζεται ως εξής:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_L = w = 2\ \text{N}.$$

$$F_L = B\, I\, \ell \rightarrow I = \frac{F_L}{B\,\ell} \rightarrow I = 1\ A.$$

$$I = \frac{E_{E\Pi}}{R_{o\lambda}} \rightarrow E_{E\Pi} = I\, R_{o\lambda} = 8\text{V}.$$

$$E_{E\Pi} = B\, u_{op}\, \ell \rightarrow u_{op} = \frac{E_{E\Pi}}{B\,\ell} \rightarrow \mathbf{u_{op} = 4\ m/s.}$$

Γ3. Το φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με:

$$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_1 + R_2} = \frac{B\,\Delta S}{R_1 + R_2} = \frac{B\,\ell\, h}{R_1 + R_2} \rightarrow h = \frac{q_{\varepsilon\pi}(R_1 + R_2)}{B\,\ell} = \frac{0,4\ \ 8}{2} \rightarrow \mathbf{h = 1{,}6\ m.}$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ μεταξύ της αρχικής και της θέσης που ο αγωγός αποκτά την οριακή του ταχύτητα:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{mg} + W_{FL} \rightarrow \frac{1}{2} m u_{op}^2 - \frac{1}{2} m u_0^2 = m\, g\, h + W_{FL} \rightarrow$$

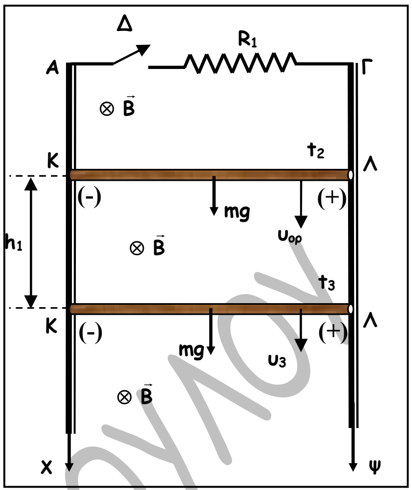
$$\frac{1}{2}\ 0{,}2\ 16 - \frac{1}{2}\ 0{,}2\ 144 = 3{,}2 + W_{FL} \rightarrow W_{FL} = 1{,}6 - 14{,}4 - 3{,}2 \rightarrow \mathbf{W_{FL} = -\ 16\ J.}$$

Το έργο της δύναμης Laplace εκφράζει το μέρος της ενέργειας που μετατρέπεται αρχικά σε ηλεκτρική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα Joule πάνω στις αντιστάσεις του κυκλώματος. Οπότε θα έχουμε: $\mathbf{Q = \left|W_{F_L}\right| = 16\ J.}$

Επειδή οι αντιστάτες διαρρέονται κάθε στιγμή από το ίδιο ρεύμα, ο λόγος των θερμοτήτων που παράγονται πάνω στους αντιστάτες είναι ανάλογος με το λόγο των αντιστατών, δηλαδή: $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3} \rightarrow Q_2 = 3Q_1.$

Όμως $Q_1 + Q_2 = Q \rightarrow 3Q_1 + Q_1 = Q \rightarrow 4Q_1 = 16\text{J} \rightarrow$ $\mathbf{Q_1 = 4\ J}$ **και** $\mathbf{Q_2 = 12\ J.}$

Γ4. Όταν ανοίξουμε το διακόπτη $I_{επ} = 0$ άρα και $F_L = 0$ οπότε στον αγωγό ασκείται μόνο το βάρος του.



Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ μεταξύ της χρονικών στιγμών t_2 και t_3:

$$K_3 - K_2 = W_{mg} \rightarrow \frac{1}{2} m υ_3^2 - \frac{1}{2} m υ_{ορ}^2 = m\, g\, h_1 \rightarrow$$

$$υ_3^2 = 2g\, h_1 + υ_{ορ}^2 \rightarrow υ_3^2 = 9 + 16 \rightarrow$$

$$\mathbf{υ_3 = 5\ m/s.}$$

Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ είναι ίσος με:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ΣF}}{dt} = \frac{ΣF\, dx}{dt} = ΣF\, u = mg\, υ_3 \rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{dK}{dt} = 10\ J/s}$$

Θέμα Δ

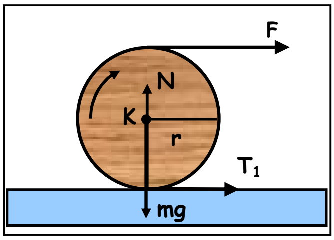
(Δ1) Ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

$$Σ\vec{F} = m\vec{α}_{cm1} \rightarrow F + T_1 = m\, α_{cm1} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$Στ_{(K)} = I_{cm}\, α_{γ1} \rightarrow F\, r - T_1\, r = \frac{1}{2} m\, r^2\, α_{γ1} \rightarrow F - T_1 = \frac{1}{2} m\, r\, α_{γ1} \quad (2)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $α_{cm1} = α_{γ1}\, r$ (3)



Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται:

$$F - T_1 = \frac{1}{2} m\, α_{cm1} \quad (4)$$

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2F = \frac{3}{2} m\, α_{cm1} \rightarrow α_{cm1} = \frac{4\,F}{3\,m} \rightarrow \mathbf{α_{cm1} = 4\ m/s^2}.$$

(Δ2) Για να μην ολισθαίνει ο κύλινδρος θα πρέπει η τριβή ανάμεσα σε αυτόν και το οριζόντιο επίπεδο να είναι στατική δηλαδή να ισχύει:

$T_1 \leq T_{στ(max)} \rightarrow T_1 \leq μ\, N$ όπου μ ο συντελεστής οριακής τριβής ανάμεσα στον κύλινδρο και το οριζόντιο επίπεδο.

Από τη σχέση (1) παίρνουμε: $T_1 = m\, α_{cm1} - F \rightarrow T_1 = 3\ N$.

Όμως $N = mg$ άρα $T_1 \le \mu\, mg \rightarrow \mu \ge \dfrac{T_1}{mg} \rightarrow$ **$\mu \ge 0{,}1$**.

(Δ3) Ο αριθμός των περιστροφών που έχει κάνει ο κύλινδρος διανύοντας το διάστημα ΑΓ είναι $N = \dfrac{80}{\pi}$, άρα: $N = \dfrac{80}{\pi} = \dfrac{(A\Gamma)}{2\pi r} \rightarrow$ **$(A\Gamma) = 160r = 32\ m$**

Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση (ΑΓ) είναι:

$W_F^{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = F\,(A\Gamma) = 9\ \ 32 \rightarrow W_F^{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 288\ J.$

$W_F^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = \tau_F\ \Delta\theta = F\ r\ \Delta\theta \quad (5)$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $(A\Gamma) = \Delta S = r\ \Delta\theta$ άρα η σχέση (5) γίνεται:

$W_F^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = F\ \Delta S = F\,(A\Gamma) \rightarrow W_F^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 288\ J.$

$W_F = W_F^{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} + W_F^{\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma} = 576\ J.$

Όμως $(A\Gamma) = \dfrac{1}{2}\,\alpha_{cm1}\ t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\dfrac{2\,(A\Gamma)}{\alpha_{cm1}}} = \sqrt{\dfrac{64}{4}} \rightarrow$ **$t_1 = 4\ s.$**

Η μέση ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ από τη θέση Α έως τη θέση Γ υπολογίζεται από τη σχέση: $\bar{P}_F = \dfrac{W_F}{t_1}$ **$= 144\ J/s.$**

(Δ4) Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου στη θέση Γ είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω της μεταφορικής του κίνησης και της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφικής του κίνησης.

$K_\Gamma^{\mu\varepsilon\tau} = \dfrac{1}{2} m\, u_\Gamma^2.$

$K_\Gamma^{\pi\varepsilon\rho} = \dfrac{1}{2} I_{cm}\ \omega_\Gamma^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{2} m\, r^2\ \omega_\Gamma^2.$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $u_\Gamma = \omega_\Gamma\, r$.

Άρα: $K_\Gamma^{\pi\varepsilon\rho} = \dfrac{1}{4} m\, u_\Gamma^2$ και $K_\Gamma^{o\lambda} = K_\Gamma^{\mu\varepsilon\tau} + K_\Gamma^{\pi\varepsilon\rho} = \dfrac{3}{4} m u_\Gamma^2.$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, που είναι στροφική στη θέση Γ είναι: $\dfrac{K_\Gamma^{\pi\varepsilon\rho}}{K_\Gamma^{o\lambda}} = \dfrac{\frac{1}{4} m\, u_\Gamma^2}{\frac{3}{4} m\, u_\Gamma^2} = \dfrac{1}{3} \rightarrow$ **$\dfrac{K_\Gamma^{\pi\varepsilon\rho}}{K_\Gamma^{o\lambda}} = \dfrac{100}{3}\%.$**

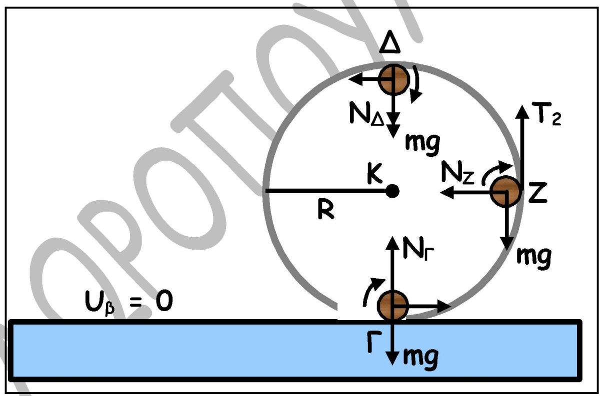
(Δ5) Για να συμβεί ανακύκλωση πρέπει ο κύλινδρος στην ανώτατη θέση (Δ) της τροχιάς του να μην χάνει την επαφή του με την κυκλική διαδρομή, δηλ. να ισχύει:
$\mathbf{N_\Delta \geq 0}$.

Από το θεμελιώδη νόμο για την κυκλική κίνηση του κέντρου μάζας του στερεού σώματος στη θέση Δ παίρνουμε:

$$\Sigma F_R = m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} \rightarrow N_\Delta + mg = m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} \rightarrow N_\Delta = m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} - mg \rightarrow N_\Delta = m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} - mg.$$

$$\text{Πρέπει: } N_\Delta \geq 0 \rightarrow m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} - mg \geq 0 \rightarrow m\frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} \geq mg \rightarrow \frac{\upsilon_\Delta^2}{R-r} \geq g \rightarrow$$

$$\upsilon_\Delta^2 \geq (R-r)\,g \rightarrow \upsilon_\Delta^{min} = \sqrt{g\,(R-r)}$$



όπου (R – r) η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το κέντρο μάζας. Επειδή είναι **r << R τότε (R – r) ≅ R.**

Άρα η ελάχιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του σώματος στο σημείο Δ για να κάνει ανακύκλωση είναι:

$$\boldsymbol{\upsilon_\Delta^{min} = \sqrt{g\,R} = \sqrt{42} = 6{,}5\ m/s}$$

Η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου στο οριζόντιο δάπεδο είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα η ταχύτητα του στη θέση Γ θα έχει μέτρο:

$$\boldsymbol{\upsilon_\Gamma = a_{cm1}\, t_1 \rightarrow \upsilon_\Gamma = 16\ m/s.}$$

Θα βρούμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου στο σημείο (Δ) εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{μηχ}^{(Γ)} = E_{μηχ}^{(Δ)} \rightarrow K_{(Γ)} + U_{(Γ)} = K_{(Δ)} + U_{(Δ)} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\,\omega_\Gamma^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\,\omega_\Delta^2 + mg\,2R \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}m r^2\,\omega_\Gamma^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}m r^2\,\omega_\Delta^2 + mg\,2R$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\upsilon_\Gamma = \omega_\Gamma\, r$ και $\upsilon_\Delta = \omega_\Delta\, r$.

$$\text{Άρα: } \frac{1}{2}\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{4}\upsilon_\Gamma^2 = \frac{1}{2}\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{4}\upsilon_\Delta^2 + g\,2R \rightarrow \frac{3}{4}\upsilon_\Gamma^2 - g\,2R = \frac{3}{4}\upsilon_\Delta^2 \rightarrow$$

$$\upsilon_\Delta = \sqrt{\frac{3\,\upsilon_\Gamma^2 - 8\,g\,R}{3}} = \sqrt{\upsilon_\Gamma^2 - \frac{8\,g\,R}{3}} = \sqrt{16^2 - \frac{8\ 42}{3}} = \sqrt{256 - 112} = \sqrt{144} \rightarrow$$

υ_Δ = 12 m/s.

Επειδή $\upsilon_\Delta > \upsilon_\Delta^{min}$ ο κύλινδρος θα κάνει ανακύκλωση.

(Δ6) Επειδή ο κύλινδρος στην κυκλική διαδρομή κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του από το Γ στο Δ θα είναι επιβραδυνόμενες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η στατική τριβή T_2 στη θέση Ζ να έχει φορά προς τα πάνω ώστε η ροπή της, ως προς το κέντρο Ο του κυλίνδρου, να έχει αντίθετη φορά από τη φορά περιστροφής και να επιβραδύνει τον κύλινδρο.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου στη θέση Ζ ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_\psi = m\vec{\alpha}_{cm2} \rightarrow T_2 - m\,g = m\,(-\alpha_{cm2}) \rightarrow m\,g - T_2 = m\,\alpha_{cm2} \qquad (6)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση στη θέση Ζ έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{cm}\,(-\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow -T_2\,r = \frac{1}{2}m\,r^2\,(-\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow T_2 = \frac{1}{2}\,m\,r\,\alpha_{\gamma 2} \quad (7)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $\alpha_{cm2} = \alpha_{\gamma 2}\,r$ (8)

Η σχέση (7) λόγω της σχέσης (8) γίνεται: $T_2 = \frac{1}{2}\,m\,\alpha_{cm2}$ (9)

Από τις σχέσεις (6) και (9) παίρνουμε:

$$T_2 = \frac{1}{2}\,(m\,g - T_2) \rightarrow 2\,T_2 = mg - T_2 \rightarrow 3T_2 = mg \rightarrow \mathbf{T_2 = 10\ N.}$$

Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Ζ θα είναι:

$$\left|\frac{dL}{dt}\right|_{(Z)} = \Sigma\tau_{(O)} = T_2\,r \rightarrow \left|\frac{dL}{dt}\right|_{(Z)} = \mathbf{2\ N\ m.}$$