

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 30 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν  $\alpha > 0$  με  $\alpha \neq 1$  τότε για οποιουδήποτε  $\theta_1 > \theta_2 > 0$  να δείξετε ότι ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2$$

Μονάδες 8

A2. Για κάθε μία από τις συναρτήσεις  $f(x)=e^x$  και  $g(x)=\ln x$ , να γράψετε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και να κάνετε την γραφική παράσταση στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

Μονάδες 3

A3. Έστω  $f$  ορισμένη σε ένα διάστημα  $\Delta$ . Πότε λέμε ότι η  $f$  είναι άρτια στο  $\Delta$ .

Μονάδες 3

A4. Η συνάρτηση  $f$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g(x)=\ln x$ , μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα πάνω έχει τύπο:

<b>α)</b> $f(x)=\ln(x-2)-1$	<b>β)</b> $f(x)=\ln(x+2)-1$
<b>γ)</b> $f(x)=\ln(x+2)+1$	<b>δ)</b> $f(x)=\ln(x-2)+1$

Μονάδες 3

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Κάθε πολυώνυμο της μορφής  $P(x)=a$ ,  $a \in \mathbb{R}$  είναι μηδενικού βαθμού

**β)** Η συνάρτηση  $f(x)=\sin x$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\Delta=[0,\pi]$

**γ)** Για οποιονδήποτε αριθμό  $a$  με  $0 < a \neq 1$  ισχύει ισοδυναμία:  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

**δ)** Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$  θα λέγαμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο  $x_0 \in A$  όταν  $f(x) \leq f(x_0)$  για κάθε  $x \in A$ .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=3\sin 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

B1. Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

Μονάδες 8

**B2.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την  $f$  σε διάστημα μιας περιόδου.

$x$	$0$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x)=3\sin 2x$					

**Μονάδες 8**

**B3.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \frac{2}{3}$ .

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x)=x^4-x^3+kx^2+x+\lambda$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να βρείτε τις τιμές των  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ , όταν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει ρίζα το 1 και παράγοντα το  $x+2$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $k=-7$  και  $\lambda=6$  να λυθεί η εξίσωση  $P(x)=0$ .

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Για  $k=-7$  και  $\lambda=6$  να βρείτε τα διαστήματα που η γραφική παράσταση του  $P(x)$  βρίσκεται κάτω από τον  $x'$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Για  $k=-7$  και  $\lambda=6$  να λυθεί η ανίσωση  $\frac{P(x)}{x-5} \geq 0$ .

**Μονάδες 7**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=\ln(e^x-1)$ .

**Δ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να λύσετε την ανίσωση  $f(x)>0$ .

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(\ln 3)$  και  $f(\ln e)$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(2x)-f(x)=f(\ln 3)$ .

**Μονάδες 7**