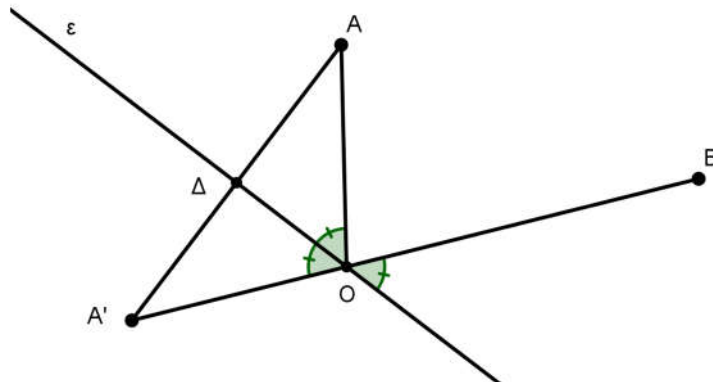


**α) i.** Στο τρίγωνο  $OAA'$  το  $OD$  είναι ύψος και διάμεσος, η  $OD$  είναι μεσοκάθετος του  $AA'$ , οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές και η  $OD$  είναι και διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{A'OA}$ .

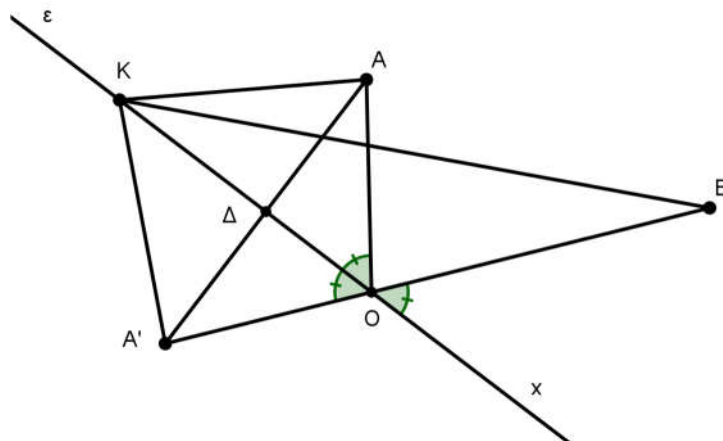


**ii.** Το τρίγωνο  $AΔO$  είναι ορθογώνιο οπότε η γωνία  $\widehat{A\hat{O}D}$  είναι οξεία.

Είναι  $\widehat{A\hat{O}D} = \widehat{D\hat{O}A'}$  (από το α.i) και  $\widehat{D\hat{O}A'} = \widehat{B\hat{O}x}$  ως κατακορυφήν. Επίσης,  $\widehat{D\hat{O}A'} < 90^\circ$  άρα και  $\widehat{B\hat{O}x} < 90^\circ$ .

Άρα οι  $\widehat{A\hat{O}D}$  και  $\widehat{B\hat{O}z}$  είναι οξείες γωνίες και ίσες.

**β) i.** Επειδή το  $K$  ανήκει στη μεσοκάθετο του  $AA'$  ισχύει ότι  $KA = KA'$ .



**ii.** Εφαρμόζουμε την τριγωνική ανισότητα στο τρίγωνο  $KBA'$  και βρίσκουμε:

$KA' + KB > BA'$  και επειδή  $KA' = KA$  και  $BA' = OA' + OB$ , προκύπτει ότι

$$KA + KB > OA' + OB \Leftrightarrow KA + KB > OA + OB$$