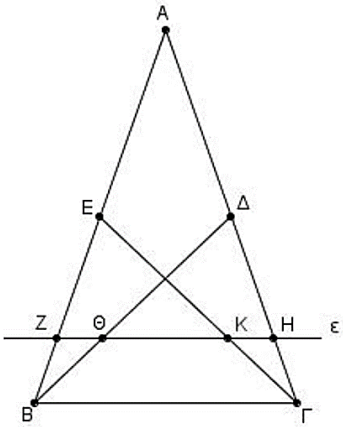
α) Είναι $A\hat{Z}H = A\hat{B}Γ$ (1), ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ε, ΒΓ που τέμνονται από την ΑΒ. Όμοια $A\hat{H}Z = A\hat{Γ}B$ (2). Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ισχύει ότι $A\hat{Γ}B = A\hat{B}Γ$ (3). Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $A\hat{Z}H = A\hat{H}Z$ οπότε και το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές. Επομένως ΑΖ = ΑΗ. Επειδή ΑΒ = ΑΓ και ΑΖ = ΑΗ, αφαιρούμε κατά μέλη και βρίσκουμε ΑΒ – ΑΖ = ΑΓ – ΑΗ ⇔ ΒΖ = ΓΗ.



β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ έχουν:

- ΑΒ = ΑΓ, διότι ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο
- ΑΔ = ΑΕ, ως μισά των ίσων πλευρών ΑΒ και ΑΓ
- $\hat{A}$ κοινή γωνία

Από το κριτήριο ΠΓΠ, τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα οπότε και οι πλευρές που είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΔ = ΑΕ, θα είναι ίσες, άρα ισχύει $A\hat{B}Δ = A\hat{Γ}E$ (4).

Τα τρίγωνα ΖΒΘ και ΗΚΓ έχουν:

- ΒΖ = ΓΗ, όπως αποδείξαμε στο ερώτημα (α)
- $A\hat{B}Δ = A\hat{Γ}E$, λόγω της (4)
- $B\hat{Z}Θ = K\hat{H}Γ$, ως παραπληρωματικές των ίσων γωνιών $A\hat{H}Z$ και $A\hat{Z}H$.

Από το κριτήριο ΓΠΓ τα τρίγωνα ΖΒΘ και ΗΚΓ είναι ίσα.

γ) Από το (β), επειδή τα τρίγωνα ΖΒΘ και ΗΚΓ είναι ίσα, θα έχουν και όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα, άρα και ΖΘ = ΗΚ.

Οπότε θα είναι και ΖΘ + ΘΚ = ΗΚ + ΘΚ, δηλαδή ΖΚ = ΗΘ.