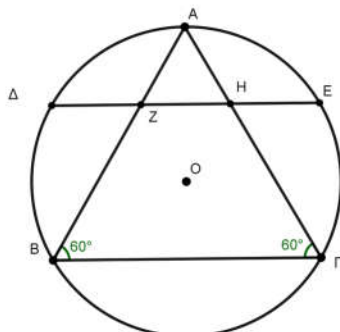


α) Είναι $\widehat{AB} = \widehat{AG} = 120^\circ$, οπότε οι γωνίες B και Γ του τριγώνου ABΓ, που είναι εγγεγραμμένες σε αυτά τα τόξα, θα είναι $\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = 60^\circ$. Επειδή το τρίγωνο ABΓ έχει δύο γωνίες 60° , θα είναι και η τρίτη 60° . Οπότε το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο.



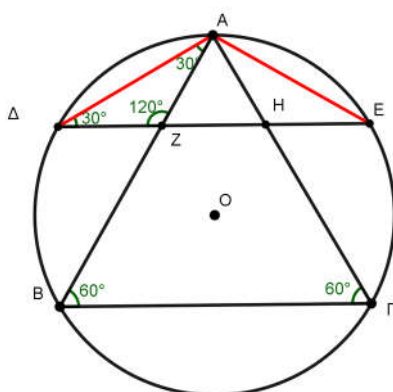
β) Επειδή τα Δ, Ε είναι μέσα των τόξων \widehat{AB} και \widehat{AG} αντίστοιχα, ισχύει ότι: $\widehat{AD} = \widehat{DB} = \widehat{AE} = \widehat{EB} = 60^\circ$. Τότε: $\widehat{\Delta AZ} = \widehat{AZ\Delta} = \widehat{H\hat{A}E} = \widehat{E\hat{A}H} = 30^\circ$ διότι είναι εγγεγραμμένες και βαίνουν σε τόξα των 60° . Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου AZΔ, έχουμε:

$$\widehat{AZ\Delta} + \widehat{Z\Delta A} + \widehat{\Delta AZ} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{AZ\Delta} + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{AZ\Delta} = 120^\circ$$

Τα τρίγωνα AZΔ και AHE έχουν:

- $AD = AE$, διότι τα αντίστοιχα τόξα τους είναι ίσα
- $\widehat{\Delta AZ} = \widehat{E\hat{A}H} = 30^\circ$
- $\widehat{AZ\Delta} = \widehat{A\hat{E}H} = 30^\circ$

Σύμφωνα με το κριτήριο Γ – Π – Γ τα τρίγωνα είναι ίσα.



γ) Το τρίγωνο AZH είναι ισόπλευρο αφού $\widehat{AZH} = \widehat{A\hat{H}Z} = 60^\circ$ (εφόσον είναι παραπληρωματικές των $\widehat{AZ\Delta} = \widehat{A\hat{H}E} = 120^\circ$) και έχει $AZ = ZH = AH$. Επίσης $AZ = Z\Delta$ και $AH = HE$ αφού τα τρίγωνα AZΔ και AHE είναι ισοσκελή. Τελικά $\Delta Z = ZH = HE$, δηλαδή η χορδή ΔΕ τριχοτομείται από τις χορδές AB και AG.