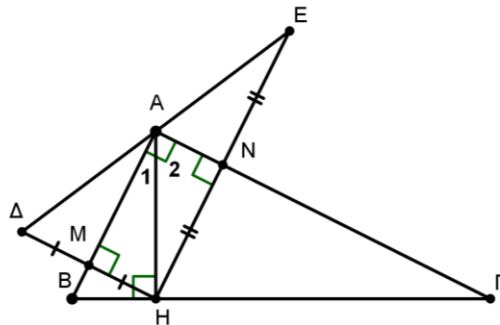


α) Η AM είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΔΗ οπότε το Α ισαπέχει από τα Δ και Η, δηλαδή $AD = AH$ (1)

Ομοίως, η AN είναι μεσοκάθετος του ΗΕ, άρα $AE = AH$ (2).

Από (1), (2) προκύπτει ότι $AH = AD = AE$.



β) Το τετράπλευρο AMHN έχει 3 γωνίες ορθές ($\widehat{HMA} = \widehat{MAN} = \widehat{ANH} = 90^\circ$), οπότε είναι ορθογώνιο. Άρα $\widehat{EHD} = 90^\circ$.

γ) Στο ισοσκελές ΔAH, η AM είναι διάμεσος, άρα και διχοτόμος, οπότε $\widehat{DAH} = 2\widehat{A_1}$ (3)

Ομοίως, στο ισοσκελές τρίγωνο AEH είναι $\widehat{HAE} = 2\widehat{A_2}$ (4).

Τότε: $\widehat{DAE} = \widehat{DAH} + \widehat{HAE} = 2\widehat{A_1} + 2\widehat{A_2} = 2(\widehat{A_1} + \widehat{A_2})$

Και αφού $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \widehat{BAG} = 90^\circ$, θα είναι $\widehat{DAE} = 180^\circ$.

Αφού η γωνία \widehat{DAE} είναι ευθεία γωνία, τα σημεία E, A και Δ είναι συνευθειακά.

Στο τρίγωνο DEH το MN συνδέει τα μέσα δύο πλευρών του, άρα είναι ίσο με το μισό της τρίτης πλευράς, δηλαδή $MN = \frac{DE}{2}$.