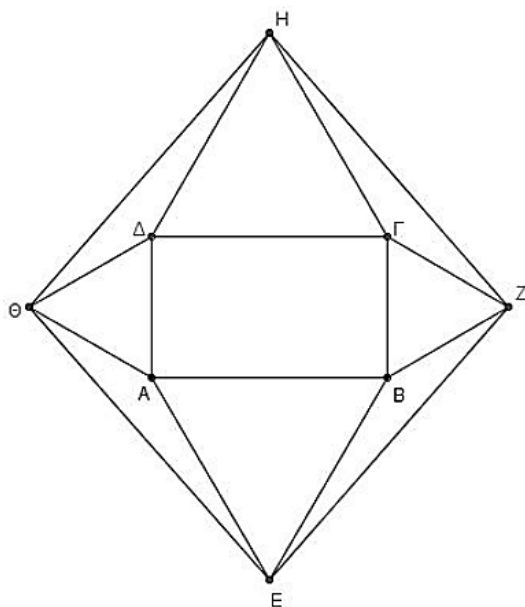


α) Τα τρίγωνα ΗΔΘ, ΘΑΕ, ΕΒΖ και ΗΓΖ έχουν:

- $ΗΔ = ΑΕ = ΒΕ = ΓΗ$, ως ίσες πλευρές των ίσων ισόπλευρων τριγώνων ΗΔΓ και ΕΑΒ (τα τρίγωνα ΗΔΓ και ΕΑΒ είναι ίσα επειδή έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες με τις πλευρές ΑΔ και ΒΓ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ)
- $ΘΔ = ΘΑ = ΒΖ = ΓΖ$ ως ίσες πλευρές των ίσων ισόπλευρων τριγώνων ΘΔΑ και ΒΓΖ (όπως πριν, τα ΘΔΑ και ΒΓΖ είναι ίσα αφού έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες με τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ του ΑΒΓΔ)
- $Η\hat{\Delta}\Theta = \Theta\hat{A}E = E\hat{B}Z = Z\hat{\Gamma}H = 360^\circ - 90^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 150^\circ$



Σύμφωνα με το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε θα έχουν ίσες και τις πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις γωνίες των 150° , δηλ. $ΗΘ = ΘΕ = ΕΖ = ΖΗ$.

Το τετράπλευρο ΕΖΗΘ έχει όλες του τις πλευρές ίσες, οπότε είναι ρόμβος.

β) Αν ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο τότε ισχύει $ΑΒ = ΑΔ$. Στα ισόπλευρα τρίγωνα ΑΔΘ και ΑΕΒ είναι $ΑΘ = ΑΔ$ και $ΑΕ = ΑΒ$, οπότε $ΑΘ = ΑΕ$. Δηλαδή, το τρίγωνο ΑΘΕ είναι ισοσκελές και οι γωνίες του $Α\hat{\Theta}E$ και $Α\hat{E}\Theta$ είναι ίσες. Οπότε ισχύει ότι: $Α\hat{\Theta}E + Α\hat{E}\Theta + \Theta\hat{A}E = 180^\circ$

$$\Leftrightarrow 2Α\hat{\Theta}E + 150^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow Α\hat{\Theta}E = 15^\circ. \text{ Όμοια, στο τρίγωνο } \Delta\Theta Η, \text{ βρίσκουμε } Η\hat{\Theta}\Delta = 15^\circ.$$

Τότε: $Ε\hat{\Theta}H = \Delta\hat{\Theta}H + Ε\hat{\Theta}A + Α\hat{\Theta}\Delta = 15^\circ + 60^\circ + 15^\circ = 90^\circ$

Επομένως ο ρόμβος έχει και μια γωνία ορθή, οπότε είναι τετράγωνο.