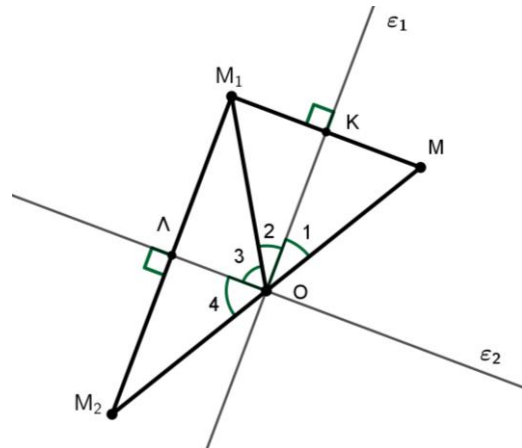


α) i. Επειδή το σημείο M_1 είναι το συμμετρικό του M ως προς την ε_1 , η ε_1 είναι μεσοκάθετος του MM_1 . Το O ανήκει στη μεσοκάθετο του MM_1 , οπότε ισχύει από τα M και M_1 , δηλαδή $OM = OM_1$.



ii. Στο ισοσκελές τρίγωνο OMM_1 η διάμεσος OK είναι και διχοτόμος, άρα $\widehat{MOM_1} = 2\widehat{O_2}$. Επειδή στο τρίγωνο M_1OM_2 η OL είναι διάμεσος και ύψος το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Άρα η OL είναι και διχοτόμος και ισχύει $\widehat{M_1OM_2} = 2\widehat{O_3}$.

Τότε: $\widehat{MOM_2} = \widehat{MOM_1} + \widehat{M_1OM_2} = 2\widehat{O_2} + 2\widehat{O_3} = 2(\widehat{O_2} + \widehat{O_3}) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$.

Αφού η γωνία $\widehat{MOM_2}$ είναι ευθεία γωνία, τα σημεία M , O και M_2 είναι συνευθειακά.

iii. Το τετράπλευρο KM_1LO έχει 3 γωνίες ορθές, άρα είναι ορθογώνιο. Συνεπώς $\widehat{KM_1L} = 90^\circ$. Άρα το τρίγωνο MM_1M_2 είναι ορθογώνιο με $\widehat{MM_1M_2} = 90^\circ$.

β) Όμοια με το ερώτημα (α) βρίσκουμε:

$OM_3 = OM_2$ οπότε $OM_3 = OM_1 = OM_2 = OM$ και τα σημεία M_1 , O , M_3 είναι συνευθειακά.

Τελικά στο $MM_1M_2M_3$ οι διαγώνιοι MM_2 και M_1M_3 τέμνονται στο O , είναι ίσες και διχοτομούνται, οπότε το $MM_1M_2M_3$ είναι ορθογώνιο.

