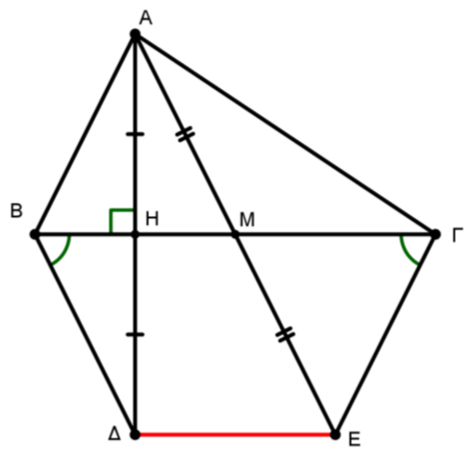
**α)** Τα τρίγωνα ΑΒΗ και ΔΒΗ είναι ίσα, εφόσον έχουν $A\widehat{H}B = \Delta\widehat{H}B$ (ορθές), τη ΒΗ κοινή και ΑΗ=ΔΗ (κριτήριο ΠΓΠ). Οπότε, θα έχουν τις υποτείνουσες ίσες, δηλ. ΑΒ = ΒΔ (1).

Τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΕ έχουν:

- ΜΕ = ΑΜ, από υπόθεση
- ΒΜ = ΜΓ, διότι Μ μέσο του ΒΓ
- $A\widehat{M}B = \Gamma\widehat{M}E$, ως κατακορυφήν

Σύμφωνα με το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΕ είναι ίσα, οπότε έχουν και τις τρίτες πλευρές τους ίσες, δηλαδή ΑΒ = ΓΕ (2). Από τις (1), (2) είναι ΑΒ = ΒΔ = ΓΕ.




**β)** Στα τρίγωνα ΑΒΗ και ΔΒΗ, που είναι ίσα από το (α), απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΗ και ΗΔ θα βρίσκονται ίσες γωνίες, δηλαδή $A\widehat{B}\Gamma = \Gamma\widehat{B}\Delta$ (3)

Στα ίσα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΕ, απέναντι από τις ίσες πλευρές ΑΜ και ΜΕ θα βρίσκονται ίσες γωνίες, άρα $A\widehat{B}\Gamma = B\widehat{\Gamma}E$ (4)

Από (3), (4) έχουμε $\Gamma\widehat{B}\Delta = B\widehat{\Gamma}E$.

**γ)** Το ΗΜ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΔΕ, άρα ΗΜ // ΔΕ $\Leftrightarrow$ ΒΓ // ΔΕ.

Και εφόσον οι ΒΔ και ΓΕ δεν είναι παράλληλες, το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι τραπέζιο.

Επίσης, από το ερώτημα β είναι $\Gamma\widehat{B}\Delta = B\widehat{\Gamma}E$ άρα το τραπέζιο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές.