

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ οι οξείες γωνίες του $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma}$ και $\widehat{\Delta\hat{\Gamma}A}$ είναι συμπληρωματικές, οπότε αφού $\widehat{\Delta\hat{\Gamma}A} = 30^\circ$, τότε $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$ (1). Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΑΕ οι οξείες γωνίες του $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma}$ και $\widehat{A\hat{\Delta}E}$ είναι συμπληρωματικές, οπότε αφού $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$, τότε $\widehat{A\hat{\Delta}E} = 30^\circ$ (2).

Οι διαγώνιοι ΑΓ και ΒΔ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι ίσες και διχοτομούνται, άρα

$$ΟΓ = \frac{ΑΓ}{2} = \frac{ΒΔ}{2} = ΟΔ.$$

Επομένως το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές με βάση ΔΓ, οπότε $\widehat{Ο\hat{\Delta}\Gamma} = \widehat{Ο\hat{\Gamma}\Delta} = 30^\circ$ (3).

Ισχύει ακόμη ότι: $\widehat{A\hat{\Delta}E} + \widehat{E\hat{\Delta}O} + \widehat{Ο\hat{\Delta}\Gamma} = 90^\circ$. Δηλαδή, $30^\circ + \widehat{E\hat{\Delta}O} + 30^\circ = 90^\circ$.

Άρα $\widehat{E\hat{\Delta}O} = 30^\circ$ (4).

Από τις (2), (3) και (4) έχουμε ότι $\widehat{A\hat{\Delta}E} = \widehat{E\hat{\Delta}O} = \widehat{Ο\hat{\Delta}\Gamma} = 30^\circ$.

Άρα η γωνία $\widehat{A\hat{\Delta}\Gamma}$ χωρίζεται από τις ΔΕ και ΔΒ σε τρεις ίσες γωνίες.

β) Το τρίγωνο ΟΑΔ είναι ισοσκελές με $ΟΑ=ΟΔ$ ως μισά των ίσων διαγωνίων ΑΓ, ΒΔ του ορθογωνίου ΑΒΓΔ. Αφού $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$ από(1) θα είναι $\widehat{\Delta\hat{A}E} = 60^\circ$. Άρα το ισοσκελές τρίγωνο ΟΑΔ είναι ισόπλευρο με $ΟΑ = ΟΔ = ΑΔ$. Όμως $ΑΔ=ΒΓ$ ως απέναντι πλευρές του ορθογωνίου. Άρα τα τρίγωνα ΑΖΟ και ΑΒΓ έχουν:

- $\widehat{O} = \widehat{B} = 90^\circ$ ($ZO \perp A\Gamma$ στο σημείο Ο)
- $ΟΑ = ΒΓ$
- $\widehat{A\hat{\Gamma}B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \widehat{Z\hat{A}O}$.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με μία κάθετη πλευρά ίση και την προσκείμενη οξεία γωνία ίση.