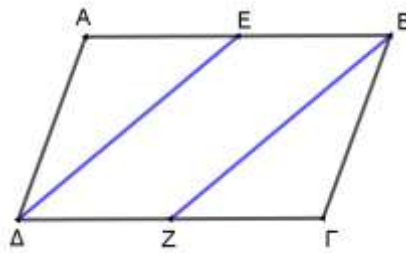


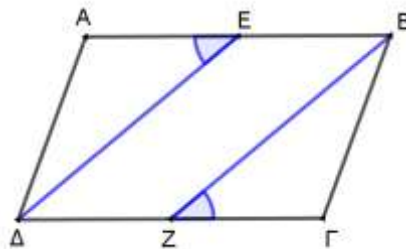
Έστω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΓΔ αντίστοιχα.

α)



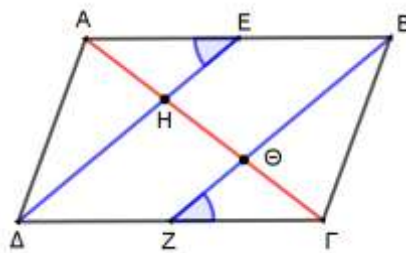
Είναι $DZ = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \frac{AB}{2} = EB$ και $DZ \parallel EB$ αφού $AB \parallel \Delta\Gamma$. Άρα το ΔΕΒΖ έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

β)



Είναι $B\hat{E}\Delta = B\hat{Z}\Delta$ ως απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου ΔΕΒΖ, οπότε και $A\hat{E}\Delta = B\hat{Z}\Gamma$ ως εφεξής και παραπληρωματικές των γωνιών $B\hat{E}\Delta$ και $B\hat{Z}\Delta$.

γ)



Έστω Η και Θ τα σημεία τομής της ΑΓ με την ΔΕ και ΒΖ αντίστοιχα. Στο τρίγωνο ΑΒΘ το Ε είναι μέσο της ΑΒ και η ΕΗ // ΒΘ ως τμήματα των απέναντι πλευρών του παραλληλογράμμου ΔΕΒΖ, άρα το Η είναι μέσο του ΑΘ. Δηλαδή $AH=H\Theta$ (1). Στο τρίγωνο ΔΓΗ το Ζ είναι μέσο της ΓΔ και η ΖΘ//ΔΗ ως τμήματα των απέναντι πλευρών του παραλληλογράμμου ΔΕΒΖ, άρα το Θ είναι μέσο του ΓΗ. Δηλαδή $H\Theta=\Theta\Gamma$ (2). Από τις σχέσεις (1), (2) συμπεραίνουμε ότι η $AH=H\Theta=\Theta\Gamma$, δηλαδή οι ΔΕ και ΒΖ τριχοτομούν της ΑΓ.