

α) Οι γωνίες \widehat{B} , $\widehat{\Gamma}$ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων AB, ΓΔ που τέμνονται από την ΒΓ, άρα είναι παραπληρωματικές. Οπότε

$$\widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 3\widehat{\Gamma} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 4\widehat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 45^\circ$$

β) Το τετράπλευρο ΑΒΕΔ έχει τρεις γωνίες ορθές, τις \widehat{A} , \widehat{D} από την υπόθεση και την \widehat{E} αφού η ΒΕ είναι κάθετη στην ΓΔ από κατασκευή, επομένως είναι ορθογώνιο. Οι ΑΕ, ΒΔ είναι διαγώνιοι του ορθογωνίου, οπότε είναι ίσες.

γ) Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΒΕΓ ισχύει:

$$\widehat{E\Gamma} + \widehat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{E\Gamma} + 45^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{E\Gamma} = 45^\circ. \text{ Επομένως το τρίγωνο ΒΕΓ έχει δύο γωνίες ίσες, τις } \widehat{\Gamma} \text{ και } \widehat{E\Gamma}, \text{ άρα είναι ισοσκελές με ίσες πλευρές τις ΒΕ και ΕΓ.}$$

Επίσης από το ορθογώνιο ΑΒΕΔ έχουμε ότι $AB = DE$ και επειδή από τα δεδομένα έχουμε ότι $2AB = \Gamma\Delta$, συμπεραίνουμε ότι $DE = \frac{1}{2}\Gamma\Delta$. Δηλαδή το σημείο Ε είναι μέσο της πλευράς ΓΔ. Οπότε $AB = DE = EG$. Τότε όμως το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο αφού $AB \parallel EG$ και Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του. Στο τρίγωνο ΑΕΓ το ΑΚ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΕ και ΑΓ, άρα

$$ΚΑ = \frac{1}{2}ΕΓ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \Gamma\Delta \right) = \frac{1}{4}\Delta\Gamma.$$