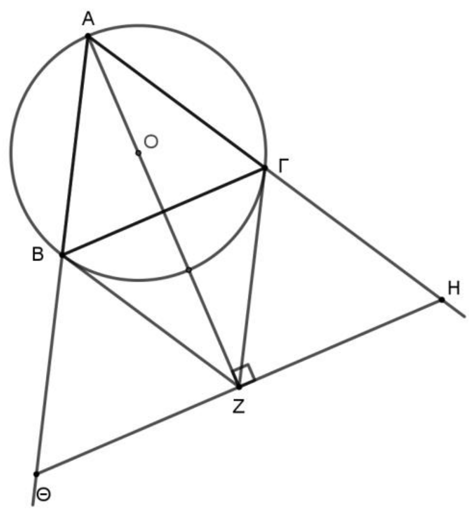

α) Είναι ΖΒ = ΖΓ ως εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από το Ζ προς τον κύκλο. Άρα το τρίγωνο ΖΒΓ είναι ισοσκελές. Οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένες που βαίνουν στα τόξα ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ και αφού είναι γωνίες 60^o, τότε τα αντίστοιχα τόξα τους θα είναι τόξα 120^o το καθένα.

Η γωνία $B\widehat{\Gamma}Z = \widehat{A} = 60^o$ (γωνία από τη χορδή ΒΓ και την εφαπτομένη ΓΖ ίση με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής). Οπότε, το ισοσκελές τρίγωνο ΒΓΖ έχει μία γωνία ίση με 60^o, άρα είναι ισόπλευρο.

β) Από το ισόπλευρο τρίγωνο ΒΓΖ έχουμε: ΓΒ = ΓΖ = ΖΒ (1).

Από το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ βρίσκουμε: ΑΓ = ΑΒ = ΓΒ (2).

Από (1), (2) προκύπτει: ΑΓ = ΑΒ = ΓΖ = ΖΒ, δηλαδή το τετράπλευρο ΑΓΖΒ έχει όλες τις πλευρές του ίσες, οπότε είναι ρόμβος.

γ) Ισχύει ότι:

- ΘΗ $\perp$ ΑΖ, από υπόθεση και
- ΒΓ $\perp$ ΑΖ, γιατί είναι διαγώνιοι του ρόμβου ΑΓΖΒ και τέμνονται κάθετα.

Άρα ΒΓ // ΘΗ αφού είναι κάθετες στην ίδια ευθεία ΑΖ. Επομένως το τετράπλευρο ΒΓΗΘ είναι τραπέζιο αφού ΒΓ // ΘΗ και οι ΘΒ, ΗΓ δεν είναι παράλληλες γιατί τέμνονται στο Α. Επίσης:

- $\widehat{\Theta} = \widehat{B} = 60^o$ και $\widehat{H} = \widehat{\Gamma} = 60^o$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των ΒΓ//ΘΗ τεμνομένων από ΑΘ και ΑΗ αντίστοιχα.

Άρα το τραπέζιο ΒΓΗΘ είναι ισοσκελές γιατί οι γωνίες της βάσης του ΒΗ είναι ίσες.