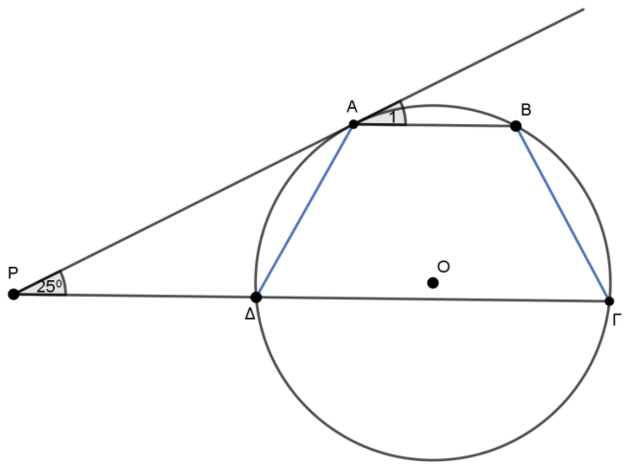
ΛΥΣΗ



α) Εφόσον ΑΒ//ΓΔ θα είναι $\overset{\cap}{ΔΑ} = \overset{\cap}{ΒΓ}$ (1),

γιατί τα τόξα που περιέχονται μεταξύ παραλλήλων χορδών είναι ίσα, επομένως $\overset{\cap}{ΔΑ} + \overset{\cap}{ΑΒ} = \overset{\cap}{ΒΓ} + \overset{\cap}{ΑΒ}$, άρα $\overset{\cap}{ΔΑΒ} = \overset{\cap}{ΑΒΓ}$.

β) Είναι $\widehat{Α}_1$ =$Δ\widehat{Ρ}Α$=25^0, ως εντός εκτός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΑΒ και ΡΓ που τέμνονται από την ΡΑ. Η $\widehat{Α}_1$ είναι γωνία χορδής και εφαπτομένης, επομένως είναι ίση με οποιαδήποτε εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής. Όμως η εγγεγραμμένη, ισούται με το μισό του τόξου στο οποίο βαίνει. Άρα το τόξο έχει μέτρο διπλάσιο της εγγεγραμμένης, οπότε το τόξο της χορδής θα έχει μέτρο διπλάσιο της γωνίας χορδής και εφαπτομένης.

Επομένως $\overset{\cap}{ΑΒ}$=2$\widehat{Α}_1$ =2$\cdot$ 25^0=50^0 (2).

γ) Από την υπόθεση, $\overset{\cap}{ΓΔ}$=3$\cdot$ $\overset{\cap}{ΑΒ}$=3$\cdot$ 50^0=150^0 (3).

Όμως $\overset{\cap}{ΔΑ} + \overset{\cap}{ΑΒ} + \overset{\cap}{ΒΓ} + \overset{\cap}{ΓΔ}$=$360^0$ και λόγω της (1), (2), (3) έχουμε:

$\overset{\cap}{ΔΑ} + 50^0 + \overset{\cap}{ΔΑ} + 150^0 = 360^0$, επομένως $2 \cdot \overset{\cap}{ΔΑ} = 160^0$, άρα $\overset{\cap}{ΔΑ} = 80^0$.

δ) Έχουμε ότι ΑΒ//ΓΔ, από την υπόθεση, ενώ ΑΒ $\neq$ ΓΔ, ως χορδές που αντιστοιχούν στα άνισα τόξα ΑΒ και ΓΔ. Επομένως, οι πλευρές ΑΔ και ΒΓ δεν είναι παράλληλες και το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο.

Λόγω του (α) έχουμε $\overset{\cap}{ΑΔ} = \overset{\cap}{ΒΓ}$, οπότε και οι αντίστοιχες χορδές ΑΔ και ΒΓ είναι ίσες. Άρα το τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές.