

α) i. Επειδή το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο είναι $\widehat{AB\Gamma} = 60^\circ$.

Επίσης $\widehat{E\Gamma B} = 90^\circ$ διότι το BΓΔΕ είναι τετράγωνο.

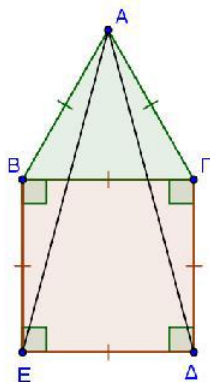
Τότε $\widehat{A\Gamma E} = \widehat{AB\Gamma} + \widehat{E\Gamma B} = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

ii. Επειδή $AB = B\Gamma = BE$, το τρίγωνο BEA είναι ισοσκελές

οπότε $\widehat{B\Gamma A} = \widehat{BAE}$ (1).

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου BEA βρίσκουμε:

$$\widehat{B\Gamma A} + \widehat{BAE} + \widehat{A\Gamma E} = 180^\circ \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 2\widehat{B\Gamma A} + 150^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{B\Gamma A} = 30^\circ \Leftrightarrow \widehat{B\Gamma A} = 15^\circ$$



β) Τα τρίγωνα ABE και AΓΔ έχουν:

- $AB = A\Gamma$, ως πλευρές του ισόπλευρου τριγώνου ABΓ
- $BE = \Gamma\Delta$, ως πλευρές του τετραγώνου BΓΔΕ
- $\widehat{A\Gamma\Delta} = \widehat{A\Gamma B} + \widehat{B\Gamma\Delta} = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ = \widehat{A\Gamma E}$

Σύμφωνα με το κριτήριο $\Pi - \Gamma - \Pi$ τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και $AE = A\Delta$, άρα το τρίγωνο AED είναι ισοσκελές.